



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS – CCT
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

FILIPPE FERREIRA DA SILVA

**ANÁLISE COMPARATIVA DAS VERIFICAÇÕES DE UMA VIGA PROTENDIDA
DE UMA PONTE UTILIZANDO OS SOFTWARES V-PRO E CSI BRIDGE**

JUAZEIRO DO NORTE – CE

2026

FILIPPE FERREIRA DA SILVA

**ANÁLISE COMPARATIVA DAS VERIFICAÇÕES DE UMA VIGA PROTENDIDA
DE UMA PONTE UTILIZANDO OS SOFTWARES V-PRO E CSI BRIDGE**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso de Engenharia Civil do centro de Ciências e tecnologia da Universidade Federal do Cariri, como requisito parcial para obtenção do grau de bacharel em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas de concreto protendido.

Orientador: Prof. Dr. Erwin Ulises Lopez
Palechor

JUAZEIRO DO NORTE – CE

2026

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Cariri
Sistema de Bibliotecas

S586a Silva, Filipe Ferreira da.
Análise comparativa das verificações de uma viga protendida de uma ponte utilizando os softwares V-PRO e CSI Bridge / Filipe Ferreira da Silva. – 2026.
116 f. : il. color.

Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Centro de Ciências e Tecnologia,
Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Cariri, Juazeiro do Norte, CE, 2026.

Orientador: Prof. Dr. Erwin Ulises Lopez Palechor.

1. Concreto protendido. 2. Pontes e viadutos. 3. Engenharia de estruturas - Softwares. 4. Perdas de protensão. 5. ABNT NBR 6118. I. Palechor, Erwin Ulises Lopez (Orient.). II. Universidade Federal do Cariri. III. Título.

CDD 624.2

Bibliotecário: João Bosco Dumont do Nascimento – CRB 3/1355



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

ANÁLISE COMPARATIVA DAS VERIFICAÇÕES DE UMA VIGA PROTENDIDA DE UMA PONTE UTILIZANDO OS SOFTWARES V-PRO E CSI BRIDGE

Filipe Ferreira da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia Civil do Centro de Ciências
e Tecnologia da Universidade Federal do Cariri,
como requisito parcial para obtenção do Título de
Bacharel em Engenharia Civil. Área de
concentração: Engenharia Civil.

Aprovada em 06 de abril de 2026.

Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
 ERWIN ULISES LOPEZ PALECHOR
Data: 23/04/2026 21:51:13-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Erwin Ulises Lopez Palechor
Orientador(a)

Documento assinado digitalmente
 CLEIRTON ANDRE SILVA DE FREITAS
Data: 24/04/2026 10:33:39-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Cleirton André Silva de Freitas

Documento assinado digitalmente
 FRANCISCO JOSE PEREIRA DE ALMEIDA
Data: 30/04/2026 09:44:07-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Francisco José Pereira de Almeida

RESUMO

O emprego da protensão em pontes e viadutos é de suma importância na construção civil, visto que o uso desse sistema viabiliza a utilização de grandes vãos com estruturas mais esbeltas, duráveis e econômicas. O dimensionamento e análise dessas estruturas pode-se utilizar de diferentes ferramentas para o auxílio do projetista como o uso do software V-PRO que utiliza como base a ABNT NBR 6118:2014 e o software CSI Bridge que possui como base a norma CEB-FIP 1990 (Comitê Euro-internacional do concreto) e a mais recente CEB-FIP 2010, fornecendo uma ótima produtividade ao processo de cálculo. Este trabalho tem como objetivo realizar uma análise comparativa de uma viga protendida de uma ponte ferroviária já executada, com o intuito de verificar as divergências nos resultados obtidos em ambas as ferramentas. Para isso, foi utilizado o modelo numérico original da ponte, com todas as características já definidas, como a geometria, materiais, carregamentos com trem tipo TB-360 e traçados dos cabos. Após rodar a análise no CSI Bridge exportou-se os resultados de momentos para o V-PRO, onde foi modelado uma viga protendida com todas as características equivalentes ao modelo do CSI Bridge. Com todas as informações do modelo numérico, foram calculados externamente ao programa apenas o coeficiente de fluência (ϕ) e retração (ϵ_{cs}) como no Anexo A da NBR 6118:2014 e fornecidos ao programa V-PRO. Por fim foram processadas as duas vigas em ambos os programas no V-PRO utilizando como norma base a ABNT NBR 6118:2014 e no CSI Bridge utilizando a CEB-FIP 1990 e a CEB-FIP 2010, comparando os resultados de perda de protensão e do cálculo das tensões no ELS-F e no ELS-D e ELU-ATO, verificando as particularidades de ambas.

Palavras-chave: Concreto Protendido; Pontes; Perdas de Protensão; Análise Comparativa; CSI Bridge; V-PRO.

ABSTRACT

The use of prestressing in bridges and viaducts is of paramount importance in civil construction, since this system enables the use of large spans with more slender, durable, and economical structures. The design and analysis of these structures can utilize different tools to assist the designer, such as the V-PRO software, which is based on ABNT NBR 6118:2014, and the CSI Bridge software, which is based on the CEB-FIP 1990 standard (Euro-International Committee for Concrete) and the more recent CEB-FIP 2010, providing excellent productivity to the calculation process. This work aims to perform a comparative analysis of a prestressed beam of a previously constructed railway bridge, in order to verify the discrepancies in the results obtained with both tools. For this purpose, the original numerical model of the bridge was used, with all the characteristics already defined, such as geometry, materials, loads with TB-360 type trains, and cable layouts. After running the analysis in CSI Bridge, the moment results were exported to V-PRO, where a prestressed beam was modeled with all characteristics equivalent to the CSI Bridge model. Using all the information from the numerical model, only the creep coefficient (φ) and shrinkage coefficient (ϵ_{cs}) were calculated externally to the program, as per Annex A of NBR 6118:2014, and supplied to the V-PRO program. Finally, the two beams were processed in both programs: V-PRO using ABNT: NBR 6118:2014 as the base standard, and CSI Bridge using CEB-FIP 1990 and CEB-FIP 2010, comparing the results of prestress loss and the calculation of stresses in the SLS-F and SLS-D and ULS-ATO, verifying the particularities of both.

Keywords: Prestressed Concrete; Bridges; Prestress Losses; Comparative Analysis; CSI Bridge; V-PRO.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
1.1. Justificativa	18
1.2. Objetivos gerais	18
1.3. Objetivos específicos.....	18
2. REFERÊNCIAL TEÓRICO	19
2.1. Obras de arte especiais: pontes em concreto	19
2.1.1. Introdução as pontes	19
2.1.1.1. Definição e importância para infra estrutura	19
2.2. Classificação das Pontes.....	19
2.2.1.1. Elementos constituintes de uma ponte	20
2.2.1.1.1. Infraestrutura	20
2.2.1.1.2. Mesoestrutura	21
2.2.1.1.3. Superestrutura.....	21
2.3. Fundamentos do concreto protendido	22
2.3.1. Definição e princípios básico.....	22
2.3.2. Materiais empregados	22
2.3.2.1. Concreto protendido	22
2.3.2.2. Aços de protensão	22
2.3.2.3. Fios e cordoalhas	23
2.3.2.4. Aços para armaduras passivas	23
2.3.3. Sistemas de protensão	24
2.3.3.1. Protensão com pré-tração	24
2.3.3.2. Protensão com pós-tração.....	25
2.3.4. Aderência da armadura de protensão.....	27
2.3.4.1. Sistemas aderentes.....	27
2.3.4.2. Sistemas não aderentes	28
2.4. Critérios de projeto, ações e segurança nas estruturas de concreto protendido	28
2.4.1. Análise estrutural em concreto protendido	28
2.4.2. Estado Limite Último (ELU)	29
2.4.3. Estado Limite de Serviço (ELS)	29
2.4.4. Durabilidade das Estruturas e Agressividade Ambiental	30
2.4.5. Níveis de Protensão	32

2.4.6. Definição das ações	33
2.4.6.1. Ações nas Estruturas: A Previsão das Forças.....	33
2.4.6.2. Classificação das Ações	33
2.4.6.3. Valores das Ações para o Dimensionamento	33
2.4.6.4. Combinações e Coeficientes de Ponderação das Ações.....	34
2.4.6.5. Resistências dos Materiais.....	37
2.5. Teoria de dimensionamento e verificação de vigas protendidas	39
2.5.1. Força de protensão	39
2.5.2. Força de Protensão Inicial (P_i)	39
2.5.3. Força na Armadura no tempo $t=0$ ($P_0(x)$)	40
2.5.4. Força Média de Protensão e Valores Característicos	40
2.5.5. Força de Protensão ao Longo do Tempo ($P_t(x)$)	40
2.5.6. Força de Protensão Final (P_∞).....	41
2.5.7. Valores Limites da Força na Armadura de Protensão	41
2.5.8. Valor de Cálculo da Força de Protensão (P_d).....	41
2.5.9. Perdas de protensão	41
2.5.9.1. Perdas imediatas	42
2.5.9.1.1. Perda por atrito	43
2.5.9.1.2. Perda por acomodação da ancoragem	44
2.5.9.1.3. Perda por encurtamento elástico do concreto	45
2.5.9.2. Perdas progressivas	46
2.5.9.2.1. Perdas por retração e fluência do concreto	46
2.5.9.2.1.1. Retração	46
2.5.9.2.1.2. Fluência.....	47
2.5.9.2.2. Perdas por relaxação da armadura	48
2.5.9.3. Processo simplificado para o caso de fases únicas de operação.....	49
2.5.10. Dimensionamento no estado limite ultimo (ELU).....	51
2.5.10.1. Domínios de deformação no ELU.....	51
2.5.10.2. Pré-alongamento da armadura ativa	53
2.5.10.3. Verificação de vigas protendidas no (ELU)	55
2.5.11. Verificações no estado limite de serviço (ELS).....	57
3. METODOLOGIA:MODELAGEM COM AS FERRAMENTAS	
COMPUTACIONAIS V-PRO E CSI-BRIDGE	59
3.1. Apresentação do projeto base	59

3.2. Fluxograma da análise comparativa.....	65
3.3. Conceção e modelagem no v-pro	66
3.3.1. Introdução ao V-PRO	66
3.3.2. Processo de modelagem e entrada de dados da viga da ponte.....	66
3.3.3. Importação dos carregamentos da longarina do CSI bridge para o V-PRO	74
3.4. Conceção e modelagem no CSI bridge	78
3.4.1. Introdução ao CSI Bridge	78
3.4.2. Processo de modelagem e entrada de dados da estrutura da ponte.....	79
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	92
4.1. Análise do modelo inicial (arranjo com 10 cordoalhas).....	92
4.1.1. Resultados pela NBR 6118:2014 no (V-PRO):	92
4.1.2. Resultados obtidos no CSI bridge:	95
4.1.2.1. Pela CEB-FIP 1990	95
4.1.2.2. Pela CEB-FIP 2010	97
4.2. Análise comparativa das perdas de protensão entre os modelos	99
4.2.1. Perdas Imediatas de Protensão.....	99
4.2.1.1. Perda por Atrito (Pós-Tração)	99
4.2.1.2. Módulo de Elasticidade e Encurtamento Elástico	100
4.2.1.3. Perda por Encunhamento (Acomodação da Ancoragem)	101
4.2.2. Perdas Progressivas (Diferidas)	101
4.2.2.1. Retração do Concreto	101
4.2.2.2. Fluência do Concreto (ϕ).....	105
4.2.2.3. Relaxação da Armadura ($\Delta\sigma_{pr}$).....	108
4.2.2.4. Resumo das perdas	109
4.3. Análise do modelo final (arranjo com 13 cordoalhas)	112
5. CONCLUSÃO.....	115

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ponte em fundação com sapata flexível	20
Figura 2 – Ponte em fundação em Bloco sobre estacas	20
Figura 3 – Ponte em fundação com Tubulão	21
Figura 4 – Elementos da estrutura da ponte	21
Figura 5 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas	23
Figura 6 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas	24
Figura 7 – Esquema de pista de protensão	24
Figura 8 – Pista de fabricação de painéis alveolares	25
Figura 9 – Esquema de fabricação de peça protendida com pós-tração	26
Figura 10 – Montagem das armaduras passivas e bainhas metálicas para passagem dos cabos	26
Figura 11 – Viga protendida pós-tensionada	27
Figura 12 – Sistema de protensão aderente de uma viga protendida	27
Figura 13 – Sistema de protensão não aderente com cordoalha engraxada	28
Figura 14 – Tensões normais devidas à força de protensão e ao momento fletor externo, com tensão nula em um ponto base	29
Figura 15 – Estado limite de descompressão parcial	30
Figura 16 – Perdas de força de protensão com o tempo na armadura de protensão na pré-tração	42
Figura 17 – Perdas de força de protensão com o tempo na armadura de protensão na pós-tração	42
Figura 18 – Diagrama genérico de forças para cálculo de alongamento teórico	44
Figura 19 – Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após escorregamento na ancoragem ativa	44
Figura 20 – Seção transversal de uma deformada qualquer	51
Figura 21 – Equilíbrio de tensões para uma seção transversal de uma deformada qualquer	52
Figura 22 – Efeito da protensão na neutralização das tensões	54
Figura 23 – Equilíbrio de forças e deformações no domínio 3	55
Figura 24 – Envolvimento da armadura no concreto	57
Figura 25 – Vista da Elevação geral	59
Figura 26 – Vista em planta do tabuleiro	60

Figura 27 – Formas das vigas	61
Figura 28 – Cortes da seção transversal da ponte	62
Figura 29 – Cortes da seção transversal da ponte	63
Figura 30 – Posicionamento dos cabos protendidos ao longo da seção transversal	64
Figura 31 – Fluxograma de análise comparativa	65
Figura 32 – Tela inicial do V-PRO	67
Figura 33 – Critério do nível de protensão	67
Figura 34 – Critério de perdas progressivas	68
Figura 35 – Obtenção dos coeficientes de retração e fluência	69
Figura 36 – Resistência do concreto	69
Figura 37 – Condições de apoio	70
Figura 38 – Geometria da viga	70
Figura 39 – Seções transversais	71
Figura 40 – Tipo da seção transversal	71
Figura 41 – Geometria da seção transversal	72
Figura 42 – Definição do traçado dos cabos de protensão	72
Figura 43 – Casos de carregamento	73
Figura 44 – Combinações	74
Figura 45 – Importação dos esforços	75
Figura 46 – Aba de importação dos esforços em função da posição x	75
Figura 47 – Tela inicial do CSI Bridge	76
Figura 48 – Aba de visualização dos esforços solicitantes	77
Figura 49 – Tabela de esforços em relação a posição x	78
Figura 50 – Tela inicial do CSI Bridge	79
Figura 51 – Layout do eixo da ponte	80
Figura 52 – Definição da faixa central de tráfego da ponte	81
Figura 53 – Aba componentes, tipos de propriedades	82
Figura 54 – Propriedades do concreto	82
Figura 55 – Propriedades do concreto que dependem do tempo CEB-FIP 1990	83
Figura 56 – Gráfico de Propriedades do concreto que dependem do tempo – coeficiente de retração CEB-FIP 1990	84
Figura 57 – Gráfico de Propriedades do concreto que dependem do tempo – fluência CEB-FIP 1990	84
Figura 58 – Propriedades do concreto que dependem do tempo CEB-FIP 2010	85

Figura 59 – Gráfico de Propriedades do concreto que dependem do tempo – coeficiente de retração CEB-FIP 2010.....	85
Figura 60 – Gráfico de Propriedades do concreto que dependem do tempo – Fluência CEB-FIP 2010	86
Figura 61 – Seção da ponte	87
Figura 62 – Configuração do trem tipo	88
Figura 63 – configuração de cargas lineares	88
Figura 64 – configuração de cargas distribuídas em área	89
Figura 65 – Definição dos casos de carregamentos	89
Figura 66 – Definição dos estágios de construção.....	90
Figura 67 – Definição dos grupos de combinações de cargas	91
Figura 68 – Verificação no ELS-F no V-PRO.....	92
Figura 69 – Verificação no ELS-D no V-PRO	93
Figura 70 – Viga longarinas com 3 cabos no ato de protensão	93
Figura 71 – Verificação no ELU-ATO no V-PRO.....	94
Figura 72 – Verificação no ELS-F no CSI (CEB-FIP 1990).....	95
Figura 73 – Verificação no ELS-D no CSI (CEB-FIP 1990)	95
Figura 74 – Verificação no ELU-ATO no CSI (CEB-FIP 1990).....	96
Figura 75 – Verificação no ELS-F no CSI (CEB-FIP 2010).....	97
Figura 76 – Verificação no ELS-D no CSI (CEB-FIP 2010)	97
Figura 77 – Verificação no ELU-ATO no CSI (CEB-FIP 2010).....	98
Figura 78 – Coeficiente de retração inseridos no V-PRO	102
Figura 79 – Curva do coeficiente de retração do CSI Bridge pela CEB-FIP 1990.....	103
Figura 80 – Curva do coeficiente de retração do CSI Bridge pela CEB-FIP 2010.....	104
Figura 81 – Coeficiente de fluência inseridos no V-PRO.....	105
Figura 82 – Curva do coeficiente de retração do CSI Bridge pela CEB-FIP 1990.....	106
Figura 83 – Curva do coeficiente de retração do CSI Bridge pela CEB-FIP 2010.....	107
Figura 84 – Coeficiente de relaxação do aço inseridos no V-PRO.....	108
Figura 85 – Curva do relaxação do aço no CSI Bridge pela CEB-FIP 1990 e CEB-FIP 2010	109
Figura 86 – Gráfico de perdas de protensão no V-PRO	110
Figura 87 – Gráfico de perdas de protensão no CSI Bridge (CEB-FIP 1990).....	110
Figura 88 – Gráfico de perdas de protensão no CSI Bridge (CEB-FIP 2010).....	111
Figura 89 – Verificação no ELS-F no V-PRO.....	112

Figura 90 – Verificação no ELS-D no V-PRO	112
Figura 91 – Verificação no ELU-ATO no V-PRO.....	113
Figura 92 – Gráfico de perdas de protensão no V-PRO	114

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classe de agressividade ambiental (tabela 6.1 da NBR 6118)	31
Tabela 2 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção das armaduras em função das classes de agressividade ambiental (tabela 6.1 da NBR 6118)	31
Tabela 3 – Níveis de protensão e estados limites de serviços a verificar (caso particular de uma viga sujeita a momento fletor positivo)	32
Tabela 4 – Coeficientes $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$	35
Tabela 5 – Valores do Coeficientes γ_{f2}	35
Tabela 6 – Valores do Coeficientes γ_{f2}	36
Tabela 7 – Combinações de serviço	37
Tabela 8 – Coeficientes de ponderação das resistências γ_c e γ_s	38
Tabela 9 – Valores de λ e X para perfis típicos da armadura	45
Tabela 10 – Valores de Ψ_{1000} , em porcentagem	49

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – resumo das tensões no V-PRO em (MPa)	94
Quadro 2 – Quadro resumo das tensões no CSI Bridge ambas as normas em (MPa).....	98
Quadro 3 – Quadro resumo das diferenças percentuais das perdas de protensão	111
Quadro 4 – Quadro resumo das tensões no V-PRO em (MPa)	113

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAA	Classe de Agressividade Ambiental
CCT	Centro de Ciências e Tecnologias
CEB	Comitê Euro-Internacional do Concreto
CF	Combinação Frequente
CP	Cimento Portland / Cordoalha de Protensão
CQP	Combinação Quase Permanente
CR	Combinação Rara
CSI	Computers and Structures, Inc.
ELS	Estado Limite de Serviço
ELS-CE	Estado Limite de Serviço de Compressão Excessiva
ELS-D	Estado Limite de Serviço de Descompressão
ELS-DEF	Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas
ELS-DP	Estado Limite de Serviço de Descompressão Parcial
ELS-F	Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras
ELS-VE	Estado Limite de Serviço de Vibrações Excessivas
ELS-W	Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras
ELU	Estado Limite Último
ELU-ATO	Estado Limite Último no Ato da Protensão
FIP	Fédération Internationale de la Précontrainte
INAEP	Instituto Nacional de Estruturas Protendidas
NBR	Norma Brasileira
OAE	Obras de Arte Especiais

PEAD	Polietileno de Alta Densidade
RB	Relaxação Baixa
RN	Relaxação Normal

1. INTRODUÇÃO

O concreto protendido tem sido amplamente utilizado nas construções ao redor do mundo, o emprego dessa técnica oferece uma gama de benefícios como resistência, durabilidade, segurança, eficiência e economia a estruturas especiais como obras de arte, pontes e viadutos. A ideia de utilização de elementos tracionados surgiu no início do século XX com os engenheiros Eugene Freyssinet na França e Robert Maillart na Suíça, ambos perceberam que ao comprimir o concreto com cabos de aço Tracionados, o mesmo ganharia uma melhora significativa na capacidade de carga e uma melhora na resistência do concreto. De lá até os tempos atuais o emprego do concreto protendido tem sido amplamente empregado com o intuito de vencer longos vãos e garantir maior liberdade arquitetônica, permitindo o uso de estruturas mais esbeltas e edifícios com design mais arrojados.

O uso de ferramentas computacionais no mercado da engenharia tem se intensificado cada vez mais, o uso de programas com análises mais sofisticadas visa dar mais produtividade e segurança nos projetos de engenharia. Para utilização em usos específicos com dimensionamento de vigas longarinas de pontes tem-se em destaque alguns softwares no mercado. De um lado, softwares especializados como o V-PRO, amplamente utilizado no Brasil por ser um sistema integrado e otimizado para as normas nacionais. De outro, softwares de análise geral por elementos finitos como o CSI Bridge , reconhecido mundialmente por sua versatilidade e poder de modelagem.

A diferença crucial entre eles não está apenas na interface, mas na sua filosofia de trabalho. O V-PRO opera de forma automatizada, aplicando as verificações da NBR 6118:2014 em rotinas internas para entregar o dimensionamento e o detalhamento final. Já o CSI Bridge fornece uma análise de esforços precisa, mas exige que o engenheiro realize, muitas vezes de forma externa, o dimensionamento e as verificações de norma, oferecendo mais controle em troca de menos automação apresentando uma análise mais completa e integrada da ponte como um todo.

Dada essa diferença de abordagem, a escolha da ferramenta pode levar a resultados distintos. No entanto, o impacto quantitativo e as implicações no fluxo de trabalho do projetista nem sempre são claros. Assim, este trabalho se justifica pela necessidade de mapear essas diferenças. Diante do exposto, o presente trabalho busca comparar quais são as principais diferenças que surgem ao dimensionar uma mesma viga longarina de uma ponte utilizando o V-PRO e o CSI Bridge. O foco principal é verificar o que cada um faz e suas limitações no processo de dimensionamento da viga protendida, verificando as tensões iniciais e finais de

tração ou compressão, cálculo dos esforços solicitantes e suas combinações, traçado dos cabos de protensão e o cálculo das perdas imediatas e diferidas, analisando o que cada um calcula, comparando os resultados e suas limitações.

1.1. Justificativa

A engenharia moderna utiliza-se bastante de softwares comerciais para o dimensionamento de estruturas de pontes em concreto protendido. No mercado destaca-se no Brasil o V-PRO um software de concreto protendido que auxilia na análise e dimensionamento e detalhamento de vigas protendidas, por outro lado, o CSI Bridge que tem uma abordagem mais ampla, no mercado nacional e internacional é um software de elementos finitos que oferece uma gama de possibilidades de análises para estruturas complexas.

A verificação das divergências entre ambos os softwares pode resultar na geração de economia para obra ou produtividade para o calculista. Logo, este trabalho justifica-se, pela necessidade de investigar e quantificar essas diferenças. Ao realizar uma análise comparativa do dimensionamento de uma mesma viga de ponte protendida em ambos os softwares, a pesquisa busca preencher uma lacuna de conhecimento prático, oferecendo dados concretos que não visam eleger um software como superior, mas sim mapear as potencialidades, limitações e os resultados práticos de cada um para esta aplicação específica. Assim, o estudo fornecerá subsídios técnicos para que engenheiros, estudantes e projetistas possam tomar decisões mais conscientes e bem-fundamentadas na escolha de suas ferramentas de trabalho.

1.2. Objetivos gerais

Realizar uma análise comparativa do processo de dimensionamento e dos resultados obtidos para uma viga de ponte em concreto protendido, utilizando o software V-PRO e o software de análise geral por elementos finitos CSI Bridge.

1.3. Objetivos específicos

- Apresentar a fundamentação teórica necessária para o dimensionamento de vigas de pontes em concreto protendido, com ênfase na norma ABNT NBR 6118:2014
- Descrever as características e as metodologias de trabalho fundamentais dos softwares V-PRO e CSI-Bridge

- Desenvolver a modelagem estrutural da viga da ponte em ambas as plataformas, aplicando os mesmos parâmetros de materiais, geometria, carregamentos e traçados dos cabos.
- Realizar o dimensionamento da armadura de protensão, seguindo os procedimentos de cada software.
- Comparar e analisar os resultados quantitativos obtidos no dimensionamento, sendo elas a análise no ELU e ELS, verificar tensões nos cabos para cada combinação, calcular as perdas de protensão em ambos os programas.
- Discutir as diferenças qualitativas no fluxo de trabalho, apontando as vantagens e limitações de cada ferramenta no contexto do projeto analisado.

2. REFERÊNCIAL TEÓRICO

2.1. Obras de arte especiais: pontes em concreto

2.1.1. Introdução as pontes

2.1.1.1. Definição e importância para infra estrutura

Classificadas tecnicamente como Obras de Arte Especiais (OAEs), as pontes e viadutos são vitais para a infraestrutura de transportes ao transporem obstáculos naturais ou artificiais. Segundo Cavalcante (2019), tais estruturas transcendem a função de tráfego, atuando como mecanismos de integração regional e desenvolvimento socioeconômico. Por exigirem soluções específicas e não padronizadas para cada obstáculo, demandam um dimensionamento preciso e complexo.

2.2. Classificação das Pontes

As pontes e viadutos podem ser categorizados a partir de diferentes critérios. Segundo Pfeil (1979), as principais classificações se dão quanto à sua finalidade, ao material predominante e ao sistema estrutural adotado.

- Quanto à finalidade: Podem ser rodoviárias, ferroviárias, hidroviárias ou passarelas para pedestres.

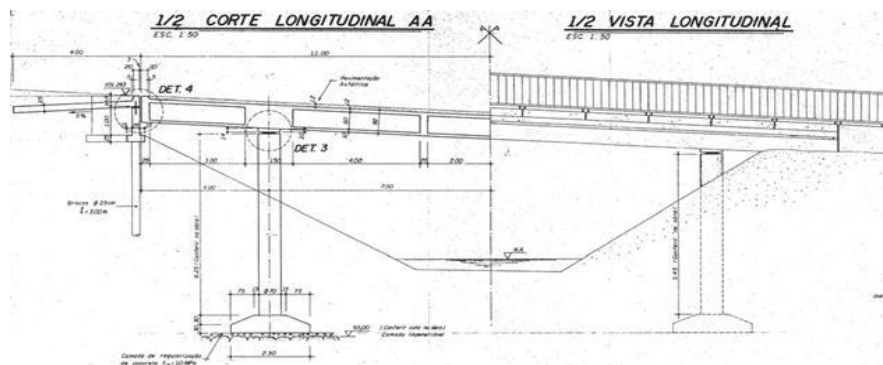
- Quanto ao material construtivo: As pontes podem ser executadas em concreto (armado ou protendido), aço, madeira ou alvenaria de pedra.
- Quanto ao sistema estrutural: Podem ser definidas como pontes em laje, em viga, em arco, em pórtico (quadro rígido), treliçadas ou pontes pênséis e estaiadas.

2.2.1.1. Elementos constituintes de uma ponte

2.2.1.1.1. Infraestrutura

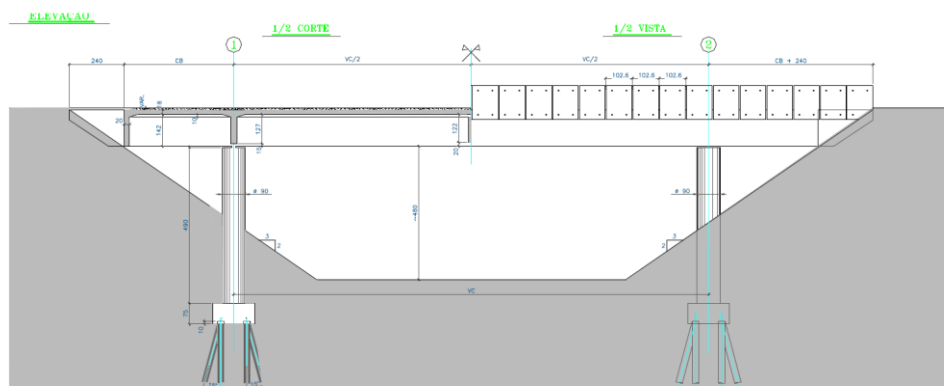
A infraestrutura refere-se a parte da estrutura da ponte onde recebe os esforços advindos da mesoestrutura e os distribui no solo, responsável também pela fixação e estabilidade no terreno. Geralmente utilizam-se de fundações como sapatas, blocos sobre estacas e tubulões.

Figura 1 – Ponte em fundação com sapata flexível



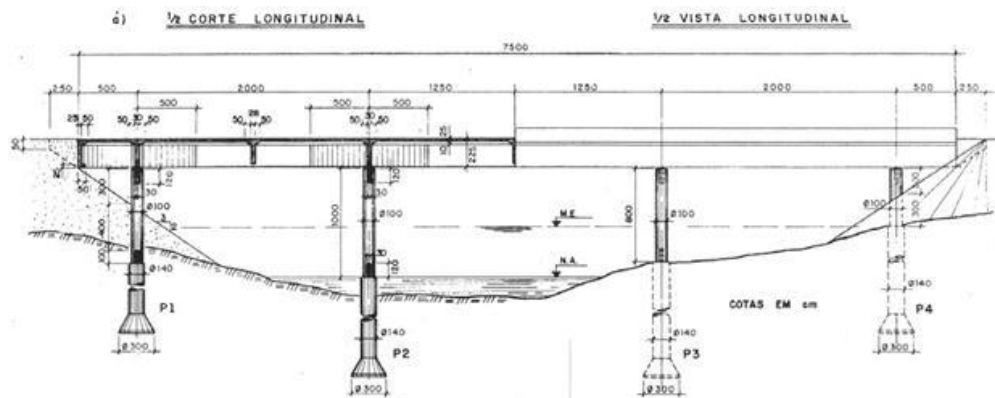
Fonte: Notas de aula: Mesoestrutura e Infraestrutura

Figura 2 – Ponte em fundação em Bloco sobre estacas



Fonte: Notas de aula: Mesoestrutura e Infraestrutura

Figura 3 – Ponte em fundação com Tubulão

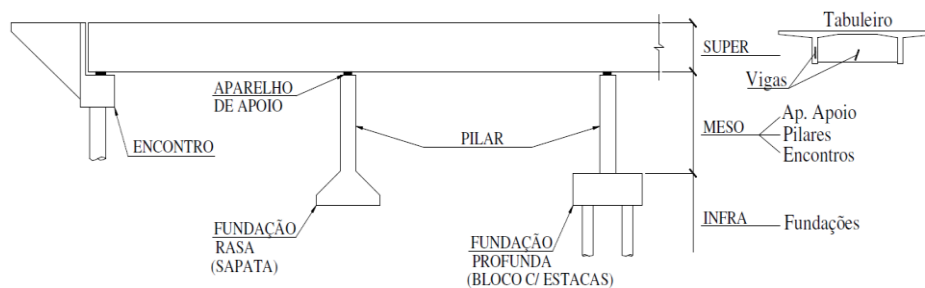


Fonte: Notas de aula: Mesoestrutura e Infraestrutura

2.2.1.1.2. Mesoestrutura

A mesoestrutura é a parte da ponte responsável por suportar a superestrutura e transmitir as cargas verticais para as fundações. É composta por elementos como pilares, encontros e aparelhos de apoio, desempenhando um papel fundamental na estabilidade e no bom funcionamento estrutural da ponte.

Figura 4 – Elementos da estrutura da ponte



Fonte: Notas de aula: Mesoestrutura e Infraestrutura

2.2.1.1.3. Superestrutura

A superestrutura é o conjunto estrutural superior de uma ponte, composto pelo tabuleiro, longarinas e vigas transversinas. Sua principal função é suportar as cargas móveis oriundas do tráfego e transmiti-las às estruturas de apoio, como pilares e encontros, que por sua vez as conduzem à mesoestrutura e, posteriormente, à fundação.

2.3. Fundamentos do concreto protendido

2.3.1. Definição e princípios básico

Segundo Pfeil (1984), a protensão consiste em introduzir tensões prévias na estrutura visando aprimorar sua resistência e comportamento. Esse estado tensional prévio é fundamental para superar a fragilidade do concreto à tração, atuando no controle da fissuração e das deformações. O resultado é um sistema composto que alia segurança à esbeltez, maximizando o aproveitamento das propriedades mecânicas do matéria

2.3.2. Materiais empregados

2.3.2.1. Concreto protendido

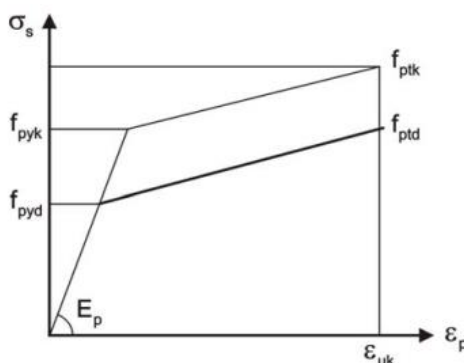
Nas estruturas protendidas, o concreto exige um rigor tecnológico superior ao do concreto armado convencional, pois seu desempenho impacta diretamente a segurança da peça. Para atender a essa demanda, a NBR 6118 (2014) estipula resistências à compressão f_{ck} mais elevadas, vinculando-as à Classe de Agressividade Ambiental (CAA). Assim, enquanto obras comuns operam com valores menores, o concreto protendido deve respeitar mínimos que partem de C25 (CAA I) e chegam a C40 (CAA IV).

A necessidade de concretos de maior resistência justifica-se pela capacidade de suportar as elevadas tensões iniciais de protensão e pelo benefício de um módulo de elasticidade superior, fundamental para mitigar deformações e perdas progressivas por fluência e retração. Adicionalmente, a durabilidade é um fator crítico, exigindo-se baixa permeabilidade e alta compacidade para proteger a armadura ativa contra a corrosão sob tensão, fenômeno potencializado pelo alto nível de solicitação dos cabos

2.3.2.2. Aços de protensão

Aços de protensão são materiais empregados em estruturas de concreto protendido como armaduras ativas, os mesmos possuem elevadas resistências devido a falta do patamar de escoamento, os aços de protensão possuem também resistência superior comparadas a armadura passiva convencional. Abaixo está descrito o gráfico de tensão deformação para aços de protensão.

Figura 5 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas



Fonte: Hanai (2005, p.26)

Os Aços de proteção são classificados em dois tipos, aço de relaxação normal (RN): são tratados termicamente afim de diminuir as tensões de trefilação, são conhecidos como aços aliviados. O outro tipo de aço é o de relaxação baixa (RB): são tratados térmica e mecanicamente afim de reduzir as perdas por relaxação, são conhecidos como aços estabilizados.

2.3.2.3. Fios e cordoalhas

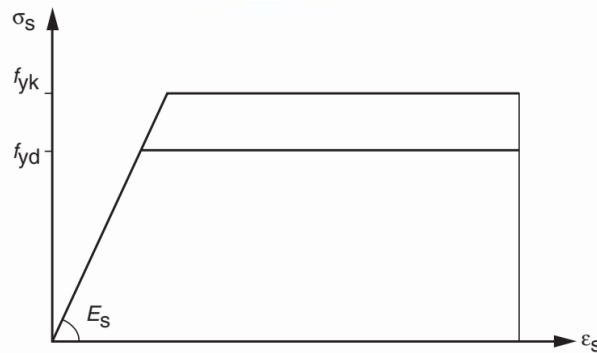
Segundo Bastos (2021), os fios de aço (NBR 7482) são obtidos por trefilação, podendo apresentar acabamento liso ou entalhado para otimizar a aderência. São classificados conforme a resistência à tração (CP-145, CP-150 e CP-175) e o comportamento à relaxação (Normal ou Baixa). Já as cordoalhas, normatizadas pela NBR 7483, compõem-se de fios trançados helicoidalmente (usualmente sete), atingindo resistências superiores (CP-190 e CP-210) sempre com baixa relaxação. Podem ser aplicadas na forma nua ou engraxada (plastificada), sendo esta última amplamente utilizada em lajes nervuradas e maciças devido à versatilidade da pós-tração sem aderência.

2.3.2.4. Aços para armaduras passivas

As armaduras passivas, caracterizadas pela ausência de pré-alongamento (NBR 6118:2014), são compostas por barras de superfície lisa, entalhada ou nervurada, com módulo de elasticidade de 210 GPa. Segundo Chust (2019), classificam-se conforme a tensão de escoamento f_{yk} em três categorias: CA-25 (250 MPa), CA-50 (500 MPa) e CA-60 (600 MPa). O comportamento mecânico desses aços destaca-se pela presença de um patamar de escoamento

plástico perfeito, diferindo do ganho contínuo de resistência observado nos diagramas tensão-deformação das armaduras ativas.

Figura 6 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas



Fonte: NBR 6118:2014 (p.29)

f_{yd} = resistência ao escoamento de cálculo

f_{yk} = resistência característica ao escoamento

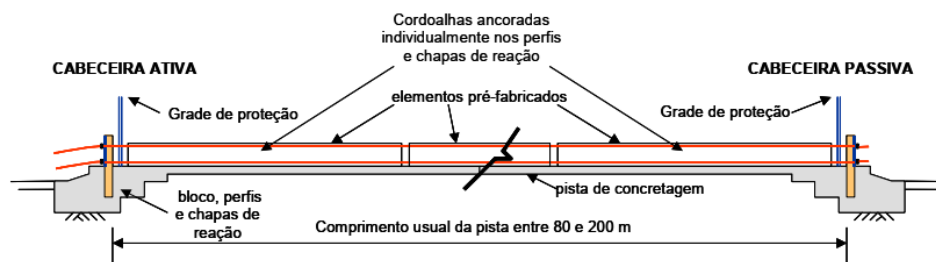
E_s = Módulo de elasticidade secante do aço

2.3.3. Sistemas de protensão

2.3.3.1. Protensão com pré-tração

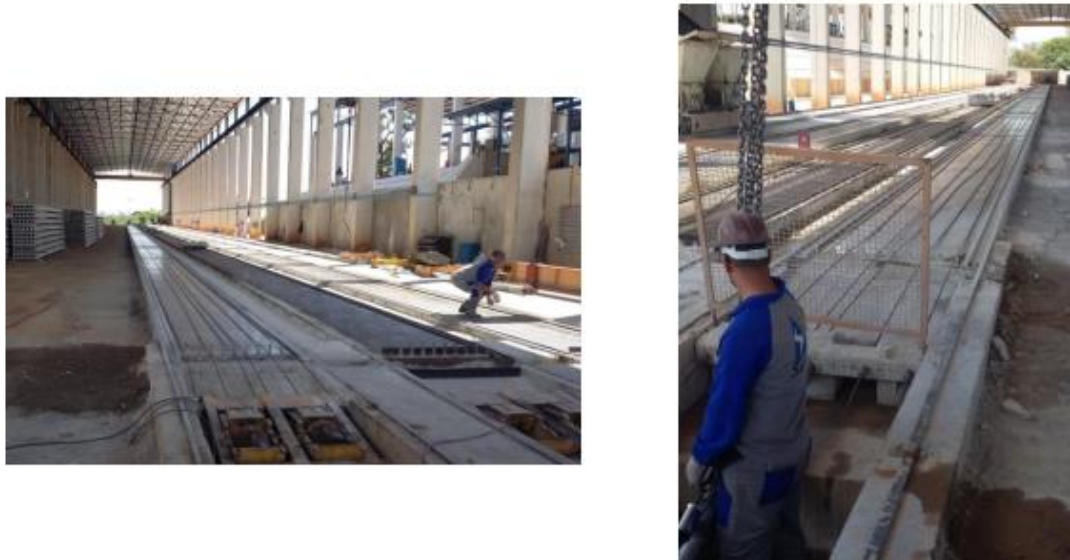
Definida por Veríssimo e César Jr. (1998) como aderência inicial, a pré-tração consiste no estiramento da armadura ativa antes da concretagem, sendo a força transferida ao concreto endurecido exclusivamente por aderência após a liberação dos apoios externos. Segundo Hanai (2005), este processo é típico de pistas de protensão (80 a 200m), onde fios ou cordoalhas são tracionados contra blocos de reação fixos antes do posicionamento das fôrmas e lançamento do concreto.

Figura 7 – Esquema de pista de protensão



Fonte: Hanai (2005, p.8)

Figura 8 – Pista de fabricação de painéis alveolares



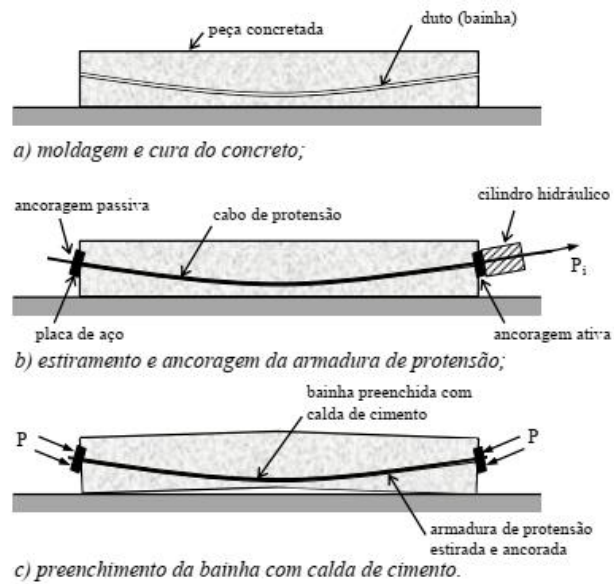
Fonte: Bastos (2021, p.14)

Conforme Bastos (2021), a técnica é ideal para a pré-fabricação seriada, permitindo rigoroso controle de qualidade, otimização de materiais e uso de cura térmica, resultando em peças esbeltas como lajes alveolares, vigas T e duplo T, amplamente aplicadas em pontes e grandes coberturas

2.3.3.2. Protensão com pós-tração

Segundo Veríssimo e César Jr. (1998), a pós-tração caracteriza-se pelo tensionamento da armadura ativa somente após o concreto atingir a resistência necessária, introduzindo esforços na estrutura já endurecida. O processo executivo, detalhado por Hanai (2005), envolve a concretagem de bainhas que são os dutos internos previstos, seguida da inserção e estiramento dos cabos utilizando a própria peça como reação para os macacos hidráulicos. Após a ancoragem e a injeção de calda de cimento nos sistemas aderentes, essa técnica consagra-se como a solução ideal para estruturas moldadas in loco e obras de grande porte, como pontes, viadutos de grandes vãos, silos e vigas de transição.

Figura 9 – Esquema de fabricação de peça protendida com pós-tração



Fonte: Bastos (2021, p.24)

Figura 10 – Montagem das armaduras passivas e bainhas metálicas para passagem dos cabos



Fonte: Bastos (2021, p.24)

Figura 11 – Viga protendida pós-tensionada



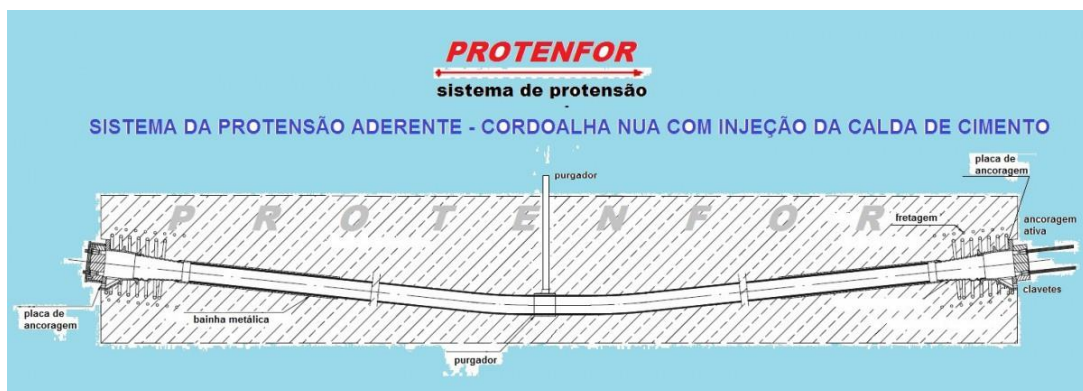
Fonte: Bastos (2021, p.23)

2.3.4. Aderência da armadura de protensão

2.3.4.1. Sistemas aderentes

A protensão aderente garante a solidariedade aço-concreto através da pré-tração ou da pós-tração com injeção de calda de cimento. No segundo caso, a injeção é vital para estabelecer o vínculo mecânico por atrito e proteger os cabos. Essa integração permite que a estrutura se comporte de maneira monolítica, otimizando o controle de fissuras e incrementando a capacidade de carga no estado limite último.

Figura 12 – Sistema de protensão aderente de uma viga protendida

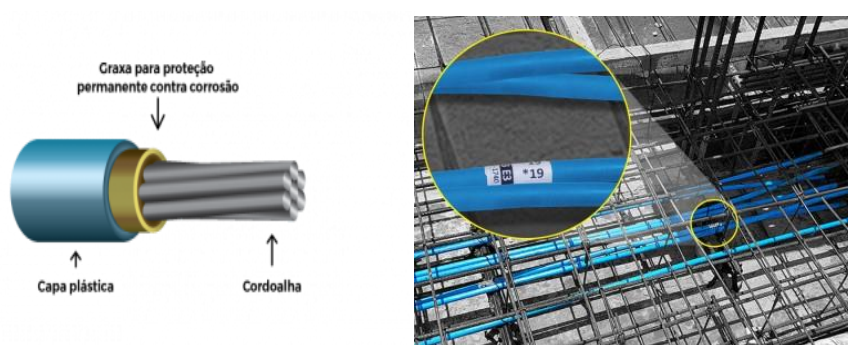


Fonte: Protenfor (2025)

2.3.4.2. Sistemas não aderentes

Os sistemas de protensão sem aderência caracterizam-se pela ausência de vínculo permanente entre a armadura ativa e o concreto. Utilizam-se cordoalhas engraxadas e revestidas individualmente por polietileno de alta densidade (PEAD), conjunto que garante proteção anticorrosiva e permite o livre deslizamento do aço dentro da peça. Embora ofereça vantagens como a redução significativa de perdas por atrito e agilidade executiva em lajes de edifícios, este sistema apresenta comportamento estrutural distinto do aderente, exigindo considerações específicas quanto ao controle de fissuração e à resistência última

Figura 13 – Sistema de protensão não aderente com cordoalha engraxada



Fonte: Impacto protensão (2025)

2.4. Critérios de projeto, ações e segurança nas estruturas de concreto protendido

2.4.1. Análise estrutural em concreto protendido

A análise de estruturas protendidas baseia-se na metodologia dos estados limites. Segundo Cholfé e Bonilha (2013), enquanto o Estado Limite Último (ELU) garante a segurança contra o colapso, é o Estado Limite de Serviço (ELS) que frequentemente governa o dimensionamento. Diferentemente do concreto armado, o projeto em protendido prioriza o atendimento às exigências de serviço (controle de fissuração e deformações) para assegurar durabilidade e funcionalidade. Assim, o procedimento usual inverte a lógica convencional: dimensiona-se a peça para o ELS e, subsequentemente, verifica-se sua capacidade resistente no ELU.

2.4.2. Estado Limite Último (ELU)

A verificação no Estado Limite Último (ELU) assegura a capacidade resistente contra a ruína. Segundo Hanai (2005), o cálculo adota princípios análogos ao concreto armado (equilíbrio e compatibilidade), distinguindo-se pela consideração do pré-alongamento da armadura ativa. Para isso, utiliza-se o artifício do 'estado de neutralização', somando-se a deformação prévia àquela gerada pelas cargas externas. Como o ELS geralmente governa o projeto, o ELU atua como uma validação final da segurança da seção.

2.4.3. Estado Limite de Serviço (ELS)

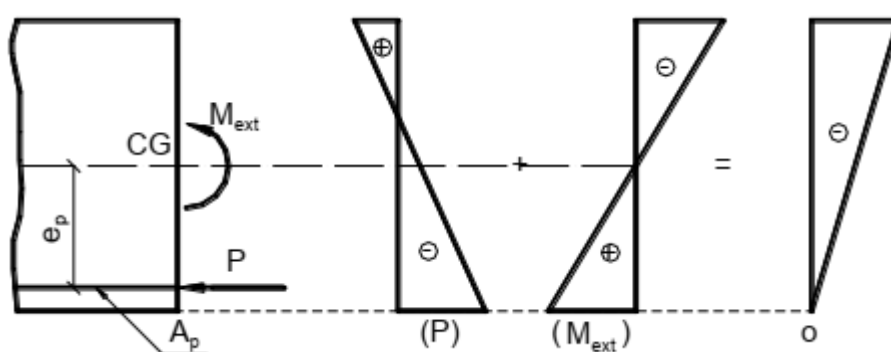
Os Estados Limites de Serviço (ELS) referem-se às condições que afetam a utilização normal e a durabilidade da estrutura. os ELS mais relevantes para o projeto de peças protendidas são:

ELS de Formação de Fissuras (ELS-F): Define o instante em que a tensão de tração máxima na seção atinge a resistência do concreto à tração na flexão ($f_{ct,f}$), dando início à fissuração.

ELS de Abertura de Fissuras (ELS-W): Controla a abertura das fissuras já existentes, limitando sua abertura característica (w_k) a um valor normativo, usualmente 0,2 mm.

ELS de Descompressão (ELS-D): Garante que a tensão normal em todos os pontos da seção seja de compressão ou, no limite, nula ($\sigma_c \leq 0$), assegurando a ausência completa de tração.

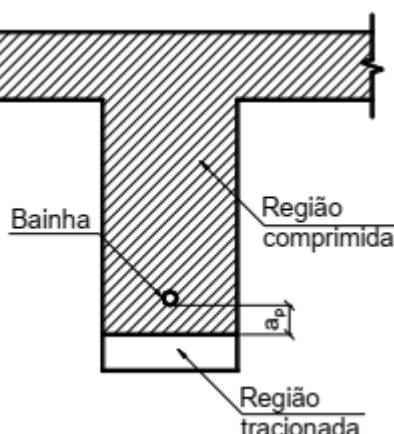
Figura 14 – Tensões normais devidas à força de protensão e ao momento fletor externo, com tensão nula em um ponto base



Fonte: Bastos (2021)

ELS de Descompressão Parcial (ELS-DP): Como uma alternativa ao ELS-D, garante a compressão apenas em uma região específica da seção transversal, na vizinhança da armadura ativa.

Figura 15 – Estado limite de descompressão parcial



Fonte: Bastos (2021)

ELS de Compressão Excessiva (ELS-CE): Limita as tensões de compressão no concreto a um valor que evite danos por micro fissuração interna, sendo uma verificação crítica no ato da protensão.

ELS de Deformações Excessivas (ELS-DEF): Controla os deslocamentos da estrutura (flechas), de modo que não afetem a utilização, a estética ou elementos não estruturais.

ELS de Vibrações Excessivas (ELS-VE): Limita as vibrações da estrutura para garantir o conforto dos usuários e o bom funcionamento de equipamentos.

2.4.4. Durabilidade das Estruturas e Agressividade Ambiental

A escolha dos critérios de serviço a serem verificados está intrinsecamente ligada às exigências de durabilidade da estrutura. Conforme Veríssimo e César Jr (1998), a durabilidade está diretamente relacionada à proteção da armadura contra a corrosão, uma preocupação amplificada no concreto protendido devido à alta do aço de protensão. A principal forma de garantir essa proteção é através de um concreto de qualidade e do controle da fissuração. A NBR 6118 estabelece que o rigor desse controle depende da agressividade do meio onde a estrutura será construída, classificando-a em Classes de Agressividade Ambiental (CAA).

Tabela 1– Classe de agressividade ambiental (tabela 6.1 da NBR 6118)

Classe de agressividade ambiental (CAA)	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Frac	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{1),2)}	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹⁾	Grande
		Industrial ^{1),2)}	
IV	Muito forte	Industrial ^{1),3)}	Elevado
		Respingos de maré	

¹⁾ Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

²⁾ Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

³⁾ Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: Hanai (2005)

Para cada classe de agressividade, a norma técnica define requisitos mínimos para a qualidade do concreto e para o cobrimento da armadura, visando garantir a vida útil de projeto.

Tabela 2– Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção das armaduras em função das classes de agressividade ambiental (tabela 6.1 da NBR 6118)

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de proteção	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	--
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação freqüente
	CAA II a CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré tração com CAA I ou Pós tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação freqüente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré tração com CAA II ou Pós tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação freqüente
		ELS-D ¹⁾	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D ¹⁾	Combinação freqüente

¹⁾ A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p = 25$ mm (figura 3.1 da NBR 6118).

NOTAS:

1. As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se no item 3.2 (da NBR 6118).

2. Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.

Fonte: Hanai (2005)

2.4.5. Níveis de Protensão

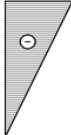
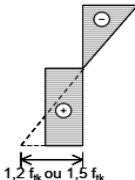
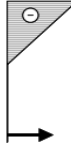
Os Níveis de Protensão são as estratégias de projeto que sintetizam as exigências de durabilidade (definidas pela CAA) com os critérios de verificação dos Estados Limites de Serviço.

Protensão Completa (Nível 3): Segundo Carvalho (2017), garante integridade máxima ao impedir tração no ELS-D e fissuração no ELS-F, ideal para alta agressividade.

Protensão Limitada (Nível 2): Para Cholfé e Bonilha (2013), permite tração inferior à resistência do concreto (ELS-F), mas exige compressão em cargas de longa duração (ELS-D), evitando fissuras em uso normal.

Protensão Parcial (Nível 1): Conforme Bastos (2021), este nível admite a fissuração controlada, verificando o ELS-W ($w_k \leq 0,2 \text{ mm}$) para combinações frequentes e exige armadura passiva, sendo usual em ambientes menos agressivos. A tabela abaixo ilustra os critérios para vigas sob momento positivo.

Tabela 3– Níveis de protensão e estados limites de serviços a verificar (caso particular de uma viga sujeita a momento fletor positivo)

Estados limites de serviço	Descompressão	Formação de fissuras	Abertura de fissuras
			
Nível de protensão	Combinação de ações de serviço		
	Quase-permanente (CQP)	Frequente (CF)	Rara (CR)
Completa Pré tração/CAA III, IV	Descompressão (ELS-D)	Descompressão (ELS-D)	Formação de Fissuras (ELS-F)
Limitada Pré tração/CAA II Pós tração/CAA III, IV	Descompressão (ELS-D)	Formação de Fissuras (ELS-F)	—
Parcial Pré tração/CAA I Pós tração/CAA I e II	—	Abertura de Fissuras (ELS-W, $w_k=0,2\text{mm}$)	—

Fonte: Hanai (2005)

2.4.6. Definição das ações

2.4.6.1. Ações nas Estruturas: A Previsão das Forças

Na concepção de uma estrutura, o primeiro passo é compreender a natureza das forças às quais ela será submetida ao longo de sua vida. A engenharia estrutural traduz essa previsão em um conceito fundamental: as ações. Conforme Cholfé e Bonilha (2013), as ações são definidas como todas as causas capazes de provocar esforços ou deformações em uma estrutura. Compreender, classificar e quantificar essas ações é o que permite ao engenheiro projetar uma peça que não apenas resista, mas que se comporte de maneira segura e funcional em todos os cenários, desde seu próprio peso até os eventos mais excepcionais.

2.4.6.2. Classificação das Ações

Para garantir a segurança, a NBR 6118 classifica as ações conforme sua variabilidade temporal:

- **Ações Permanentes (G):** Atuam com valor praticamente constante. As **Diretas** englobam o peso próprio (adotando-se 2.500 kg/m^3) e elementos fixos. As **Indiretas** são deformações impostas, sendo cruciais na protensão: a própria força dos cabos, retração, fluência e recalques.
- **Ações Variáveis (Q):** Apresentam oscilação significativa de intensidade. As **Diretas** incluem cargas de uso (NBR 6120) e vento (NBR 6123). As **Indiretas** referem-se principalmente às tensões geradas por variações de temperatura.
- **Ações Excepcionais (Fex):** Eventos de probabilidade muito baixa e curtíssima duração, como explosões, incêndios ou choques de veículos, considerados apenas em projetos específicos.

2.4.6.3. Valores das Ações para o Dimensionamento

Para que as ações possam ser utilizadas nos cálculos de verificação, elas são quantificadas através de uma hierarquia de valores que representam diferentes probabilidades e cenários de combinação.

- **Valores Característicos (F_k):** Valor nominal base estabelecido em norma. Para ações permanentes, adota-se o valor médio; para variáveis, considera-se um período de retorno probabilístico.
- **Valores Representativos:** Redução do valor característico através de fatores (ψ) justificada pela baixa probabilidade de ocorrência simultânea dos máximos (Cholfe e Bonilha, 2013):
 - **Valor de combinação ($\psi_0 F_k$):** Utilizado no Estado Limite Último (ELU).
 - **Valor frequente ($\psi_1 F_k$):** Para ELS que se repetem muitas vezes, como fissuração e vibrações.
 - **Valor quase permanente ($\psi_2 F_k$):** Efeitos de longa duração, como deformações lentas (fluência).

ψ_0 – fator de redução de combinação para ELU
 ψ_1 – fator de redução de combinação frequente para ELS
 ψ_2 – fator de redução de combinação quase permanente para ELS
- **Valores de Cálculo (F_d):** Valor final para dimensionamento, obtido pela multiplicação do valor representativo pelo coeficiente de ponderação γ_f .
 - **Composição do Coeficiente γ_f :** Produto de três fatores parciais ($\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3}$) que cobrem, respectivamente, a variabilidade das ações, a simultaneidade e os erros de execução/projeto.

2.4.6.4. Combinações e Coeficientes de Ponderação das Ações

Um carregamento é definido pela combinação das ações que podem atuar simultaneamente. A segurança é verificada em função de combinações últimas (ELU) e de serviço (ELS).

- **Coeficientes de Ponderação das Ações (γ_f):**
 - **No ELU:** Adota-se usualmente $\gamma_f = 1,4$ para ações permanentes (g) e variáveis (q).
 - **No ELS:** O coeficiente de ponderação é tomado como $\gamma_f = 1,0$.

Tabela 4– Coeficientes $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0
onde D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura. ^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.								

Fonte: NBR 6118: (2014)

Tabela 5– Valores do Coeficientes γ_{f2}

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1^a	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
^a Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, ver Seção 23. ^b Edifícios residenciais. ^c Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.				

Fonte: NBR 6118: (2014)

Combinações Últimas (ELS): São classificadas de acordo com sua permanência na estrutura para diferentes verificações

Tabela 6 – Valores do Coeficientes γf_2

Combinações últimas (ELU)	Descrição	Cálculo das solicitações
Normais	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado ^a	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{0\varepsilon} F_{\varepsilon qk}$
	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores $P_{k\max}$ e $P_{k\min}$ para a força desfavorável e favorável, respectivamente, conforme definido na Seção 9
	Perda do equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} G_{nk} + \gamma_q Q_{nk} - \gamma_{qs} Q_{s, \min}$, onde: $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \psi_{0j} Q_{jk}$
Especiais ou de construção ^b		$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{0\varepsilon} F_{\varepsilon qk}$
Excepcionais ^b		$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} F_{\varepsilon gk} + F_{q1exc} + \gamma_q \sum \psi_{0j} F_{qjk} + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{0\varepsilon} F_{\varepsilon qk}$

ONDE:

F_d é o valor de cálculo das ações para combinação última;
 F_{gk} representa as ações permanentes diretas;
 $F_{\varepsilon k}$ representa as ações indiretas permanentes como a retração $F_{\varepsilon gk}$ e variáveis como a temperatura $F_{\varepsilon qk}$;
 F_{qk} representa as ações variáveis diretas das quais F_{q1k} é escolhida principal;
 $\gamma_g, \gamma_{\varepsilon g}, \gamma_q, \gamma_{\varepsilon q}$ ver Tabela 8 (Tabela 11.1 da NBR 6118);
 $\psi_{0j}, \psi_{0\varepsilon}$ ver Tabela 9 (Tabela 11.2 da NBR 6118);
 F_{sd} representa as ações estabilizantes;
 F_{nd} representa as ações não estabilizantes;
 G_{sk} é o valor característico da ação permanente estabilizante;
 R_d é o esforço resistente considerado como estabilizante, quando houver;
 G_{nk} é o valor característico da ação permanente instabilizante;
 $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum_{j=2}^m \psi_{0j} Q_{jk}$;

Q_{nk} é o valor característico das ações variáveis instabilizantes;
 Q_{1k} é o valor característico da ação variável instabilizante considerada como principal;

ψ_{0j} e Q_{jk} são as demais ações variáveis instabilizantes, consideradas com seu valor reduzido;
 $Q_{s, \min}$ é o valor característico mínimo da ação variável estabilizante, que obrigatoriamente acompanha uma ação variável instabilizante.

a) No caso geral, devem ser consideradas inclusive combinações onde o efeito favorável das cargas permanentes seja reduzido pela consideração de $\gamma_g = 1,0$. No caso de estruturas usuais de edifícios, essas combinações que consideram γ_g reduzido (1,0) não precisam ser consideradas.

b) Quando F_{q1k} ou F_{q1exc} atuarem em tempo muito pequeno ou tiverem probabilidade de ocorrência muito baixa ψ_{0j} podem ser substituídos por ψ_{2j} . Este pode ser o caso para ações sísmicas e situação de incêndio.

Fonte: NBR 6118: (2014)

- **Combinações de Serviço (ELS):** São classificadas de acordo com sua permanência na estrutura para diferentes verificações:
 - **Combinações Quase Permanentes (CQP):** Utilizadas para verificação de efeitos de longa duração, como deformações por fluência e para verificar o ELS-D na protensão limitada.
 - **Combinações Frequentes (CF):** Utilizadas para verificação de fissuração como ELS-F na protensão limitada, ELS-W na protensão limitada e vibrações.

- **Combinações Raras (CR):** Utilizadas para verificações como o ELS-F na protensão completa.

Tabela 7 – Combinações de serviço

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \psi_2 F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_2 F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_1 F_{qjk}$
onde $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas; ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS; ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.		

Fonte: NBR 6118: (2014)

2.4.6.5. Resistências dos Materiais

De forma análoga às ações, as resistências dos materiais também são definidas em níveis característicos e de cálculo para introduzir uma margem de segurança.

- **Valores de Cálculo (f_d):** Definidos para garantir a segurança no dimensionamento, são obtidos dividindo-se a resistência característica pelo coeficiente de ponderação (γ_m).

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}$$

- **Coeficientes de ponderação das resistências:** Produto de três fatores parciais ($\gamma_{m1} \cdot \gamma_{m2} \cdot \gamma_{m3}$) que cobrem, respectivamente, a variabilidade intrínseca do material, a diferença de resistência entre o corpo de prova e a estrutura real, e as incertezas construtivas.

Para a resistência aos 28 dias utiliza-se o f_{cd} que é a resistência característica a compressão do concreto.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Já para as resistências de cálculo do aço temos f_{yd} , f_{pyd} , f_{ptd}

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}, \quad f_{pyd} = \frac{f_{pyk}}{\gamma_s}, \quad f_{ptd} = \frac{f_{ptk}}{\gamma_s}$$

f_{yd} – resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura passiva

f_{pyd} – resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura ativa

f_{ptd} – resistência de cálculo à tração do aço de armadura ativa

Já para as resistências no Estado Limite Último (ELU), temos a seguinte tabela abaixo com os coeficientes γ_c e γ_s para as combinações normais, especiais e excepcionais.

Tabela 8 – Coeficientes de ponderação das resistências γ_c e γ_s

Combinações	Concreto γ_c	Aço γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Fonte: NBR 6118: (2014)

- **Condições de segurança:**

A verificação de segurança sintetiza-se na condição $R_d \geq S_d$ conforme Cholve e Bonilha (2013). Para que a estrutura seja considerada segura em qualquer estado limite, a capacidade resistente de cálculo (R_d) deve necessariamente superar a demanda das solicitações de cálculo (S_d), assegurando margem de segurança adequada contra as cargas previstas.

2.5. Teoria de dimensionamento e verificação de vigas protendidas

2.5.1. Força de protensão

A força de protensão, que é a essência do concreto protendido, não é um valor fixo. Ela varia desde o momento de sua aplicação até a estabilização ao longo da vida útil da estrutura. Essa variação ocorre devido ao fenômeno das perdas de protensão. Para um correto dimensionamento e verificação, é fundamental, como apontam autores como Cholfe e Bonilha (2013), distinguir os diferentes estágios e valores representativos desta força. A NBR 6118, em seu item 9.6.1, formaliza a força de protensão média de protensão na abscissa x e no ponto t é dada pela seguinte expressão:

$$P_t(x) = P_0(x) - \Delta P_t(x) = P_i - \Delta P_0(x) - \Delta P_t(x)$$

Onde:

$$P_0(x) = P_i - \Delta P_0(x)$$

$P(x)$ – força normal de protensão

$P_0(x)$ – força na armadura de protensão no tempo $t = 0$, na seção da abscissa x

P_i – força máxima aplicada à armadura de protensão pelo equipamento de tração

$P_t(x)$ – força na armadura de protensão, no tempo t , na seção da abscissa x

$\Delta P(x)$ – perdas de protensão por atrito, medidas a partir de P_i , na seção da abscissa x

$\Delta P_0(x)$ – perda imediata de protensão, medida a partir de P_i no tempo $t = 0$, na seção da abscissa x

$\Delta P_t(x)$ – perda de protensão na seção da abscissa x , no tempo t , calculada após o tempo $t = 0$

2.5.2. Força de Protensão Inicial (P_i)

A Força de Protensão Inicial (P_i) é definida pela NBR 6118 como a "força máxima aplicada à armadura de protensão pelo equipamento de tração". Em termos práticos, é a força lida no manômetro do macaco hidráulico durante a operação de estiramento, antes da ancoragem definitiva dos cabos. Este é o valor mais elevado que a armadura ativa experimenta, e sua magnitude é estritamente controlada por limites normativos.

2.5.3. Força na Armadura no tempo $t=0$ ($P_0(x)$)

A Força de Protensão em $t=0$ ($P_0(x)$) representa o valor da força na armadura imediatamente após sua transferência para o concreto, já descontadas as perdas imediatas. Como Hanai (2005) explica, o cálculo de $P_0(x)$ difere significativamente entre os sistemas de protensão:

- **Na Pré-Tração:** A força $P_0(x)$ Resulta da força na pista menos a perda por encurtamento elástico do concreto.
- **Na Pós-Tração:** O valor de $P_0(x)$ é obtido a partir da força P_i Resulta da força na pista menos a perda por encurtamento elástico do concreto.

É a força P_0 que gera o estado inicial de tensões na peça e serve como ponto de partida para o cálculo das perdas progressivas.

2.5.4. Força Média de Protensão e Valores Característicos

A NBR 6118 (item 9.6.1.1) define a força média na armadura na abscissa x e no instante t como $P_t(x)$. Para obras em geral, a norma permite que os valores característicos da força de protensão ($P_{k,t}(x)$) sejam considerados iguais a este valor médio. Contudo, quando a perda máxima total excede 35% da força inicial (P_i), devem ser adotados valores característicos superior e inferior para considerar a variabilidade, dados por:

$$[P_{k,t}(x)]_{\text{sup}} = 1,05 \cdot P_t(x) \quad [P_{k,t}(x)]_{\text{inf}} = 0,95 \cdot P_t(x)$$

2.5.5. Força de Protensão ao Longo do Tempo ($P_t(x)$)

A Força de Protensão ao longo do tempo ($P_t(x)$) é o valor da força em um instante t qualquer após a transferência para o concreto. Ela é obtida a partir de $P_0(x)$, deduzindo-se as perdas de protensão progressivas (ou lentas) que ocorreram até aquele instante. Essas perdas, como detalhado por Bastos (2021), são causadas por três fenômenos dependentes do tempo: a retração e a fluência do concreto, e a relaxação do aço.

2.5.6. Força de Protensão Final (P_{∞})

A Força de Protensão Final ou Efetiva (P_{∞}) é o valor estabilizado da força de protensão após a ocorrência de todas as perdas, imediatas e progressivas. É o valor da força $P_t(x)$ para um tempo considerado infinito. Cholfe e Bonilha (2013) destacam que a força P_{∞} é o valor efetivo que a estrutura terá em serviço e, portanto, é a força utilizada para as verificações nos Estados Limites de Serviço (ELS).

2.5.7. Valores Limites da Força na Armadura de Protensão

Para garantir a segurança durante a execução e evitar danos aos materiais, a NBR 6118 (item 9.6.1.2) estabelece limites para as tensões na armadura ativa em duas fases críticas:

Por ocasião da operação de protensão: A tensão na armadura (σ_{pi}), correspondente à força P_i , não deve superar os limites estabelecidos, que para a pós-tração em aços de relaxação baixa (RB), por exemplo, são o menor valor entre $0,74 \cdot f_{ptk}$ e $0,82 \cdot f_{pyk}$.

Ao término das operações de protensão: A tensão na armadura ($\sigma_{p0}(x)$), correspondente à força $P_0(x)$, também não deve superar os limites definidos para a pós-tração.

Esses limites asseguram que o aço não sofra deformações plásticas excessivas durante o tensionamento e que a transferência da força para o concreto ocorra de forma controlada.

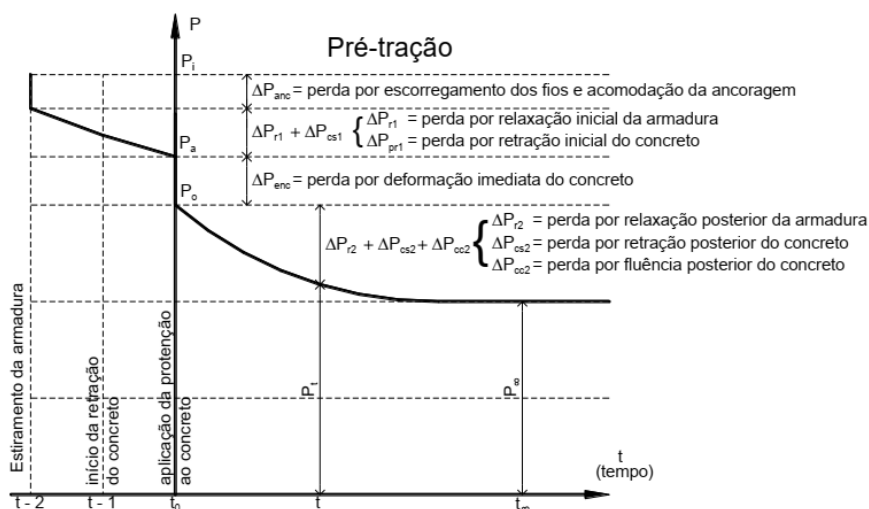
2.5.8. Valor de Cálculo da Força de Protensão (P_d)

Para as verificações no Estado Limite Último (ELU), a força de protensão deve ser ponderada por um coeficiente (γ_p), resultando no seu valor de cálculo, P_d . A NBR 6118 estabelece que, para a protensão, $\gamma_p=0,9$ quando seu efeito for favorável à segurança (por exemplo, na verificação à flexão) e $\gamma_p=1,2$ quando seu efeito for desfavorável.

2.5.9. Perdas de protensão

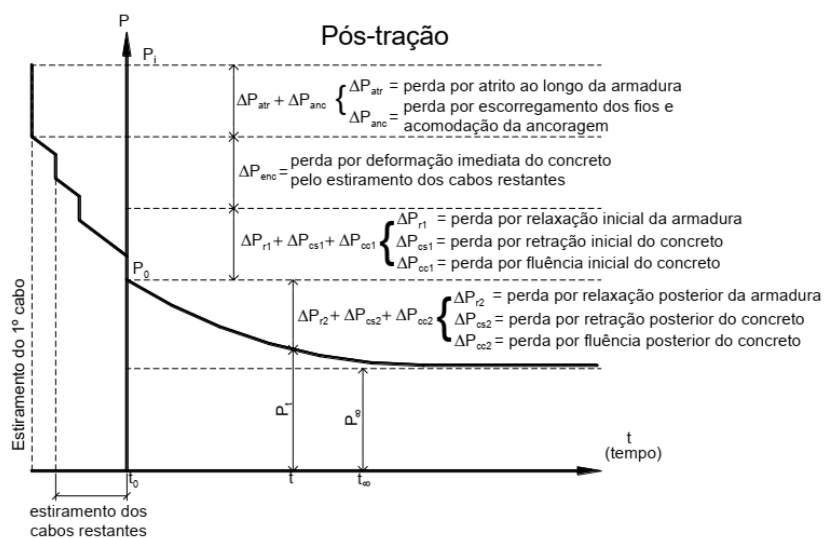
As perdas de protensão correspondem ao decaimento da força inicial até seu valor efetivo de longo prazo (P_{∞}), sendo seu cálculo uma etapa obrigatória segundo a NBR 6118. Resultantes da interação entre aço, concreto e método executivo, dividem-se em duas categorias: imediatas e progressivas. A evolução dessas perdas varia sutilmente entre os sistemas de pré-tração e pós-tração, dinâmica detalhada nos gráficos abaixo.

Figura 16 – Perdas de força de protensão com o tempo na armadura de protensão na pré-tração



Fonte: Bastos (2021)

Figura 17 – Perdas de força de protensão com o tempo na armadura de protensão na pós-tração



Fonte: Bastos (2021)

2.5.9.1. Perdas imediatas

As perdas imediatas são aquelas que ocorrem instantaneamente, durante ou logo após as operações de tensionamento da armadura e a transferência de sua força para o concreto. A quantificação destas perdas é feita antes de todas as outras, pois estabelece a força de protensão inicial efetiva P_0 . A seguir o gráfico abaixo apresenta

2.5.9.1.1. Perda por atrito

Fenômeno exclusivo dos sistemas de pós-tração, esta perda é advinda da resistência friccional que se manifesta na interface entre a armadura ativa e a superfície interna da bainha que a confina. Durante a operação de tração, a força aplicada em uma extremidade (P_i) não é transmitida de forma integral ao longo de todo o seu comprimento. O atrito resulta da superposição de dois efeitos distintos:

Atrito por Curvatura: Resultante da deflexão angular imposta intencionalmente ao traçado do cabo.

Atrito por Ondulação não Intencional (Parasita): Decorrente de ondulações adventícias, oriundas de imperfeições no processo de montagem da bainha.

A perda por atrito é dada pela seguinte equação

$$\Delta P_{atr}(x) = P_i [1 - e^{-(\mu \Sigma \alpha + kx)}]$$

Onde:

P_i é a força inicial de protensão

x é a abscissa do ponto onde se calcula ΔP , medida a partir da ancoragem, expressa em metros (m)

$\Sigma \alpha$ é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x , expressa em radianos (rad.);

μ é o coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha. Na falta de dados experimentais, pode ser estimado como a seguir (valores em 1/radianos):

$\mu = 0,50$ entre cabo e concreto (sem bainha);

$\mu = 0,30$ entre barras ou fios com mossas ou saliências e bainha metálica;

$\mu = 0,20$ entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica;

$\mu = 0,10$ entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica lubrificada;

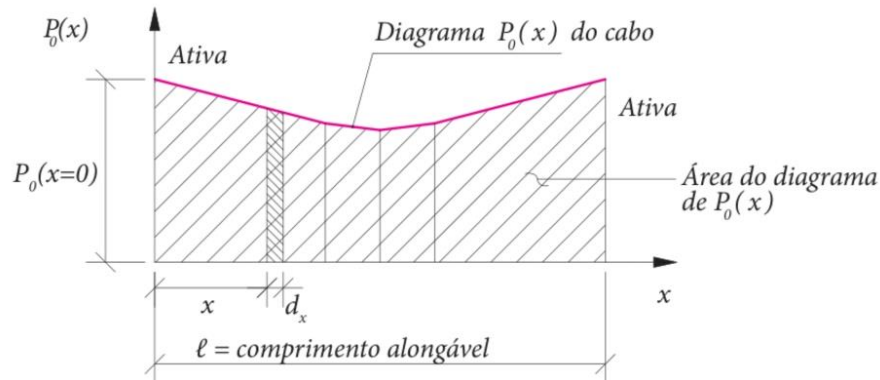
$\mu = 0,05$ entre cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada;

k é o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo. Na falta

de dados experimentais, pode ser adotado o valor $0,01 \mu$ (1/m).

Abaixo temos o gráfico que representa um diagrama genérico de perdas de protensão por atrito.

Figura 18 – Diagrama genérico de forças para cálculo de alongamento teórico

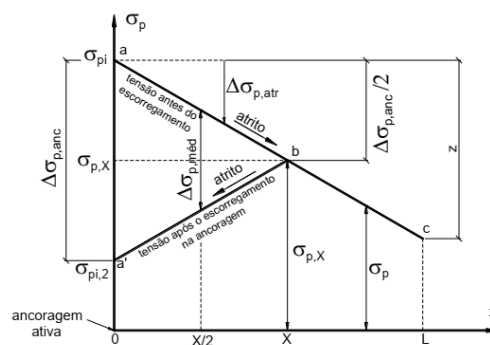


Fonte: Cholfe e Bonilha (2013)

2.5.9.1.2. Perda por acomodação da ancoragem

A perda por acomodação da ancoragem é exclusiva da pós-tração, ocorrendo no momento da transferência de força devido ao assentamento mecânico das cunhas. Esse ajuste provoca um leve recuo da armadura, reduzindo o alongamento e, conseqüentemente, a tensão aplicada. O fenômeno é máximo na face da ancoragem e decresce linearmente até se anular no chamado 'comprimento de influência' (x), ponto a partir do qual o atrito impede a propagação do alívio de tensão. A quantificação dessa perda é obtida graficamente, determinando-se o valor de (x) conforme ilustrado abaixo.

Figura 19 – Tensão na armadura de protensão na pós-tensão, após escorregamento na ancoragem ativa.



Fonte: Bastos(2021)

Onde x é da do por:

$$X = \sqrt{\frac{\delta * E p}{\sigma_{pi} * \lambda}}$$

Sendo,

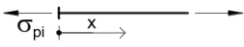
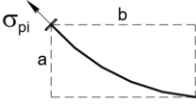
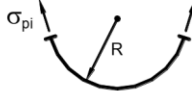
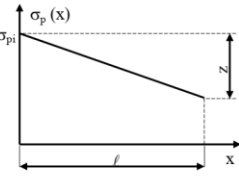
δ = escorregamento ou acomodação da ancoragem

E_p = módulo de elasticidade do aço de protensão

σ_{pi} = tensão na armadura na posição de ancoragem ativa (macaco hidráulico)

λ = valor dependente da curvatura da armadura e do atrito (μ), com valores dependendo do perfil do cabo de acordo com a tabela abaixo.

Tabela 9 – Valores de λ e X para perfis típicos da armadura

Perfil	$\lambda = \frac{\mu\alpha + kx}{x}$	$X \leq \ell$
Linear 	k	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{k \sigma_{pi}}}$
Parabólico 	$2 \frac{\mu a}{b^2} + k$	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{\lambda \sigma_{pi}}}$
Circular 	$\frac{\mu}{R} + k$	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{\lambda \sigma_{pi}}}$
Qualquer forma, ou combinação de formas (modelo aproximado sobre um comprimento ℓ) 	$(z/\ell) \frac{1}{\sigma_{pi}}$	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{z/\ell}}$

Fonte: Bastos (2021)

Para o cálculo da perda de tensão devido a acomodação da ancoragem ($\Delta\sigma_{p.anc}$) temos a seguinte expressão.

$$\Delta\sigma_{p.anc} = \frac{2 * \delta * E_p}{X}$$

2.5.9.1.3. Perda por encurtamento elástico do concreto

A perda por encurtamento elástico é uma perda imediata que ocorre porque o concreto se encurta no momento em que é comprimido pela força de protensão. Como a armadura está ligada ao concreto, ela acompanha esse encurtamento, perdendo parte do seu alongamento e, consequentemente, parte da sua força.

O cálculo varia com o método:

- Pré-Tração: A perda ocorre em toda a armadura de uma só vez.

- Pós-Tração Sequencial: É o método mais comum. O primeiro cabo a ser tensionado sofre a maior perda (pois é afetado pela compressão de todos os outros), e o último não sofre perda alguma por este fenômeno.

A perda média de protensão por cabo pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha(\sigma_{cp} + \sigma_{cg})x(n-1)}{2n}$$

Onde,

$\Delta\sigma_p$ = perda média de protensão sofrida pelo cabo representante;

σ_{cg} = tensão do concreto no nível do baricentro da armadura de protensão, devido à carga permanente modificada pela protensão;

σ_{cp} = tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devido a protensão simultânea de n cabos.

α_p = relação entre os módulos de elasticidade de armadura ativa e do concreto, na data do ato da protensão.

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c}$$

2.5.9.2. Perdas progressivas

As perdas progressivas, ou diferidas, são aquelas que se desenvolvem lentamente ao longo da vida útil da estrutura, devido a fenômenos reológicos dos materiais. Elas são calculadas a partir da força de protensão já diminuída pelas perdas imediatas (P_0) e são interdependentes.

2.5.9.2.1. Perdas por retração e fluência do concreto

2.5.9.2.1.1. Retração

A retração é um fenômeno intrínseco ao concreto que, ao provocar uma contração volumétrica na peça, impõe um encurtamento à armadura ativa solidária a ela. Esse encurtamento resulta numa diminuição do alongamento da armadura, o que se traduz diretamente numa perda progressiva da força de protensão. O objetivo do dimensionamento é quantificar a deformação total por retração ao longo do tempo, $\epsilon_{cs}(t, t_0)$, para então calcular a respectiva queda de tensão no aço.

A NBR 6118:2014, em seu Anexo A, estabelece que a deformação total por retração é:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)]$$

onde,

$$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} \cdot \varepsilon_{2s}$$

$\varepsilon_{cs\infty}$ = é o valor final da retração

ε_{1s} = é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto

$\beta_s(t)$ ou $\beta_s(t_0)$ = é o coeficiente relativo à retração, no instante t ou t_0

t = é a idade fictícia do concreto no instante considerado, expressa em dias;

t_0 = é a idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, expressa em dias.

O cálculo de todos os parâmetros descritos segue a ordem conforme no anexo A da NBR 6118:2014

Por fim para o cálculo da tensão de perda por retração temos a seguinte equação:

$$\Delta\sigma_{pcs} = E_p \cdot \varepsilon_{cs}(t, t_0)$$

2.5.9.2.1.2. Fluência

A fluência é a deformação progressiva do concreto quando submetido a uma tensão constante. No concreto protendido, a compressão permanente da protensão torna este fenômeno particularmente importante para o cálculo de perdas. A norma NBR 6118:2014 em seu anexo A apresenta a fluência do concreto dividida em duas partes, a lenta e a rápida dado por:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd}$$

$$\varepsilon_{c,tot} = \varepsilon_c + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_c (1 + \phi)$$

$$\phi = \phi_a + \phi_f + \phi_d$$

onde,

ε_{cca} = deformação rápida irreversível, primeiras 24 horas;

ε_{ccf} = deformação lenta irreversível (umidade, consistência, espessura, idade);

ε_{cca} = deformação lenta reversível, depende apenas da duração do carregamento

$\varepsilon_{c,tot}$ = deformação total do concreto;

ϕ = coeficiente de fluência;

ϕ_a = coeficiente de deformação rápida; ϕ

ϕ_f = coeficiente de deformação lenta irreversível;

ϕ_d = coeficiente de deformação lenta reversível.

Para um instante t a fluência é dada por:

$$\varepsilon_{cc}(t; t_0) = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd} = \frac{\sigma_c}{E_{c,28}} \varphi(t; t_0)$$

Onde,

t = idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

t_0 = idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, em dias;

$(E_{c,28})$ = módulo de elasticidade tangente inicial para $j = 28$ dias

$\varphi(t; t_0)$ = coeficiente de fluência, dado por:

$$\varphi(t; t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_d$$

O cálculo de todos os parâmetros descritos segue a ordem conforme no anexo A da NBR 6118:2014

Por fim para o cálculo da tensão de perda por fluência temos a seguinte equação:

$$\Delta\sigma_{pcc} = E_p * \varepsilon_{cc}$$

2.5.9.2.2. Perdas por relaxação da armadura

A relaxação é a perda progressiva de força originada no rearranjo microestrutural do aço quando mantido sob alongamento constante. Embora seja uma propriedade intrínseca do material (sendo menor em aços de Relaxação Baixa - RB), o fenômeno é atenuado na estrutura pela ocorrência simultânea da retração e fluência do concreto. O cálculo é regido pela NBR 6118:2014 através do coeficiente $\psi(t, t_0)$, que relaciona a perda pura ($\Delta\sigma_{pr}$) à tensão inicial (σ_{pi}), exigindo ajustes conforme o sistema (pré ou pós-tração). Os valores de referência para esse cálculo provêm das normas NBR 7482 e NBR 7483, baseados em ensaios laboratoriais de 1.000 horas a 20°C para diferentes níveis de tensão inicial (f_{ptk}), conforme a tabela a seguir.

Tabela 10 – Valores de Ψ_{1000} , em porcentagem

σ_{po}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 f_{ptk}	0	0	0	0	0
0,6 f_{ptk}	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 f_{ptk}	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 f_{ptk}	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0
Onde RN é a relaxação normal; RB é a relaxação baixa.					

Fonte: NBR 6118:2014

O cálculo do coeficiente é dado por:

$$\Psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{pi}}$$

$\Delta\sigma_{pr}(t; t_0)$ = perda de tensão por relaxação pura desde o instante t_0 do estiramento da armadura até o instante t considerado;

σ_{pi} = tensão na armadura de protensão no instante de seu estiramento.

Logo, para o cálculo da perda de tensão por relaxação da armadura temos:

$$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0) = \Psi(t, t_0) * \sigma_{pi}$$

2.5.9.3. Processo simplificado para o caso de fases únicas de operação

Para o cálculo das perdas progressivas, a NBR 6118 admite um método simplificado que unifica os múltiplos cabos em um único 'cabo resultante'. A validade dessa abordagem depende de duas premissas: a execução das fases (concretagem e protensão) em intervalos curtos, desprezando-se efeitos recíprocos iniciais, e a proximidade geométrica das armaduras na seção. Atendidas tais condições, modela-se o conjunto pelo seu centro de gravidade, utilizando as tensões no concreto ($\sigma_{c,pog}$) e no aço (σ_{po}) nessa posição para determinar as perdas através da seguinte expressão:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) E_p - \alpha_p \sigma_{c,pog} \Psi(t, t_0) - \sigma_{p0} \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \alpha_p \eta \rho_p}$$

Para o cabo resultante, temos que o mesmo tem área igual a soma das áreas das armaduras de cada cabo individual, situando-se na posição resultante da força de todos os cabos, onde, conforme Bastos(2021) traz a perda de deformação no cabo resultante dada por:

$$\Delta\varepsilon_{pt} = \frac{\sigma_{po}}{E_p} \chi(t, t_0) + \frac{\Delta\sigma_p(t, t_0)}{E_p} \chi_p$$

Para o concreto a perda de deformação no nível do cabo resultante é dada por:

$$\Delta\varepsilon_{ct} = \frac{\sigma_{c,pog}}{E_{ci,28}} \varphi(t, t_0) + \chi_c \frac{\Delta\sigma_c(t, t_0)}{E_{ci,28}} + \varepsilon_{cs}(t, t_0)$$

Onde,

$\sigma_{c,pog}$ = tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante t_0 , sendo positiva se for de compressão;

$\chi(t, t_0)$ = Coeficiente de fluência do aço;

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ = retração no instante t , descontada a retração ocorrida até o instante t_0 ;

$\Delta\sigma_c(t, t_0)$ = variação da tensão do concreto adjacente ao cabo resultante entre t_0 e t ;

$\Delta\sigma_p(t, t_0)$ = variação da tensão no aço de protensão entre t_0 e t ;

σ_{po} = tensão na armadura ativa devida à protensão e à carga permanente mobilizada no instante t_0 , positiva se for de tração;

$\varphi(t, t_0)$ = coeficiente de fluência do concreto no instante t para protensão e carga permanente, aplicadas no instante t_0 :

$$\chi_c = 1 + 0,5\varphi(t, t_0)$$

$\psi(t, t_0)$ = coeficiente de relaxação do aço no instante t para protensão e carga permanente mobilizada no instante t_0 ;

$\chi(t, t_0)$ = coeficiente de fluência do aço

$$\chi(t, t_0) = -\ln [1 - \psi(t, t_0)]$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0)$$

e_p = excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção do concreto;

A_p = área da seção transversal do cabo resultante;

A_c = área da seção transversal do concreto;

I_c = momento central de inércia na seção do concreto;

$$\eta = 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c}$$

α_p = razão modular relativo à armadura ativa, com o módulo de elasticidade inicial do concreto tomado aos 28 dias:

$$\alpha_p = \frac{e_p}{E_{ci,28}}$$

ρ_p = taxa geométrica da armadura de protensão:

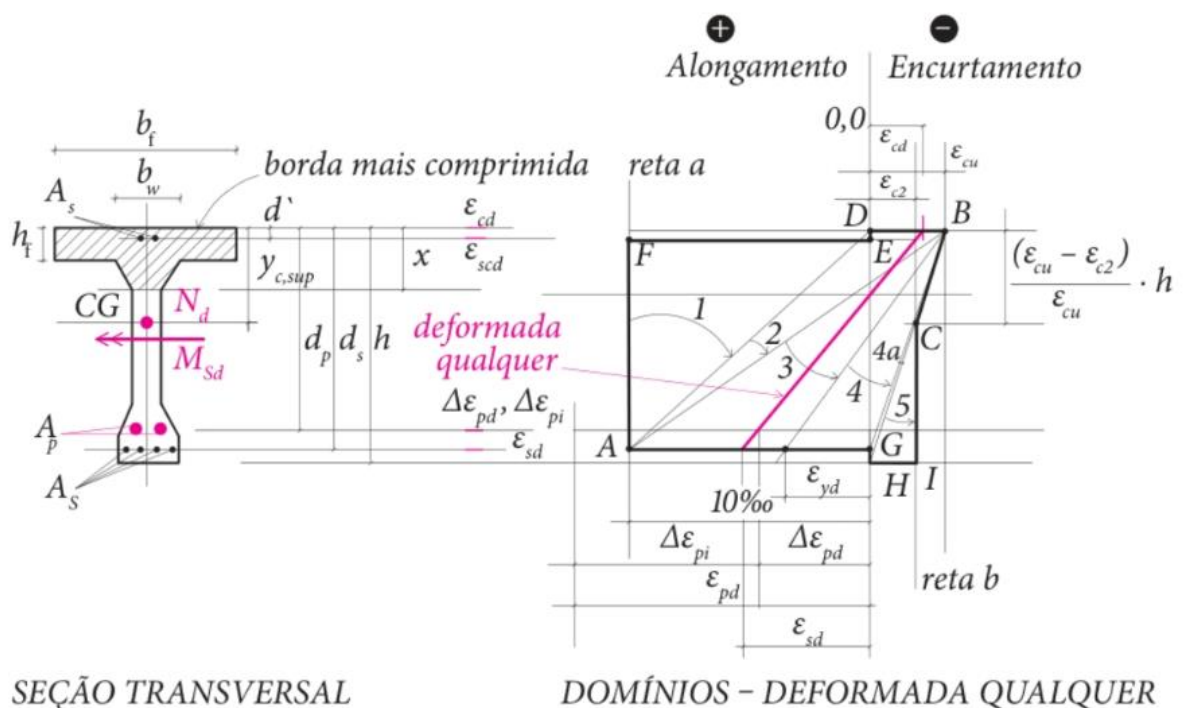
$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c}$$

2.5.10. Dimensionamento no estado limite ultimo (ELU)

2.5.10.1. Domínios de deformação no ELU

Para o estado limite último, conforme nos traz Cholf e Bonilha (2013), temos o seguinte arranjo para uma deformada qualquer.

Figura 20 – Seção transversal de uma deformada qualquer



Fonte: Cholf e Bonilha (2013)

Para um arranjo qualquer se tem o seguinte polígono destacado em negrito AGHICBDEF, onde é possível observar todos os domínios de deformação e suas respectivas retas, além de todos os parâmetros associados a eles, tais como:

M_{sd} e N_d : são as solicitações de cálculo

h, b_f, h_f, b_w : determinam a geometria da seção

x = linha neutra a partir da borda comprimida

ϵ_{cd} : deformação máxima no concreto $-3,5\text{‰} \leq \epsilon_{cd} \leq 0$

ϵ_{scd} : deformação da armadura superior (A_s')

$\Delta\epsilon_{pi}$: pré alongamento da armadura ativa (A_p), incluindo perdas de protensão

$\Delta\epsilon_{pd}$: deformação da armadura ativa (A_p) durante a deformação da seção (medida após a descompressão da seção): $\Delta\epsilon_{pd} \leq 10\text{‰}$

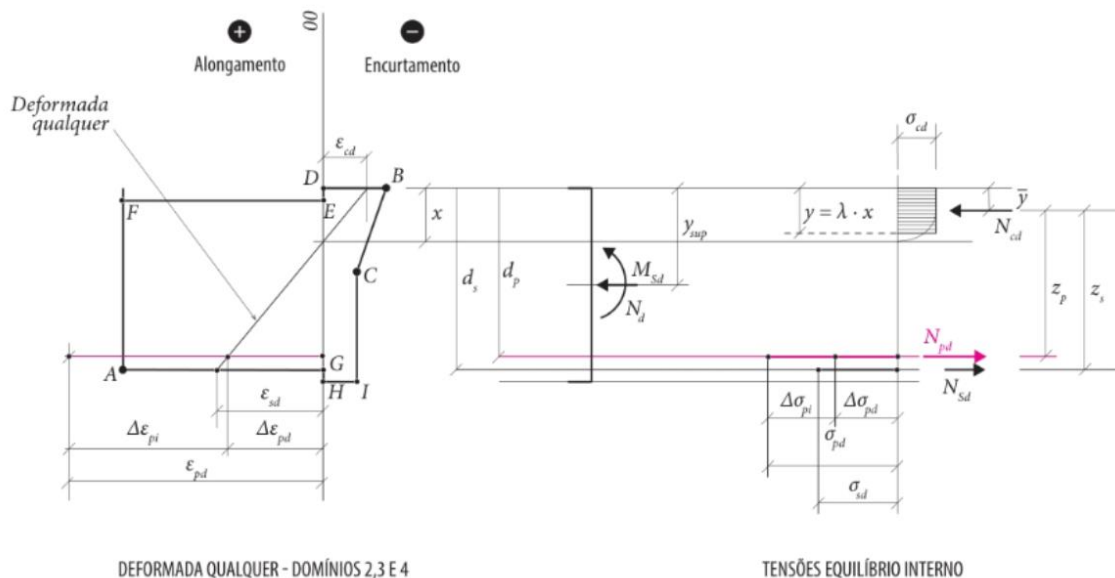
ϵ_{pd} : deformação total na armadura ativa (A_p)

$$\epsilon_{pd} = \Delta\epsilon_{pi} + \Delta\epsilon_{pd}$$

ϵ_{sd} : deformação da armadura passiva: $\epsilon_{sd} \leq 10\text{‰}$

Para as tensões de equilíbrio advindas de uma deformada qualquer Cholfe e Bonilha (2013) traz a seguinte configuração.

Figura 21 – Equilíbrio de tensões para uma seção transversal de uma deformada qualquer



Fonte: Cholfe e Bonilha (2013)

Onde,

N_{cd} = força de compressão no CG da área comprimida

$$N_{cd} = \sigma_{cd} * A_c$$

σ_{cd} = tensão uniforme no concreto com diagrama retangular onde: $y = 0,8x$

N_{pd} = força de tração na armadura ativa (A_p)

$$N_{pd} = \sigma_{pd} * A_p$$

$\Delta\sigma_{pi}$, $\Delta\sigma_{pd}$ = pares das tensões na armadura ativa correspondentes as deformações $\Delta\epsilon_{pi}$ e $\Delta\epsilon_{pd}$,

N_{sd} = força de tração na armadura passiva (A_s)

$$N_{sd} = \sigma_{sd} * A_s$$

σ_{sd} = tensão da armadura passiva

y = posição do centro de gravidade da área comprimida em relação a borda comprimida

Z_p = braço de alavanca de N_{pd} em relação a N_{cd}

Z_s = braço de alavanca de N_{sd} em relação a N_{cd}

Para o equilíbrio da seção transversal temos:

$$\Sigma \text{ Forças} = 0$$

$$N_{pd} + N_{sd} = N_{cd} + N_d$$

$$\Sigma \text{ Momentos} = 0$$

$$N_{pd} * Z_p + N_{sd} * Z_s - N_d * (Y_{c,sup} - y) = M_{sd}$$

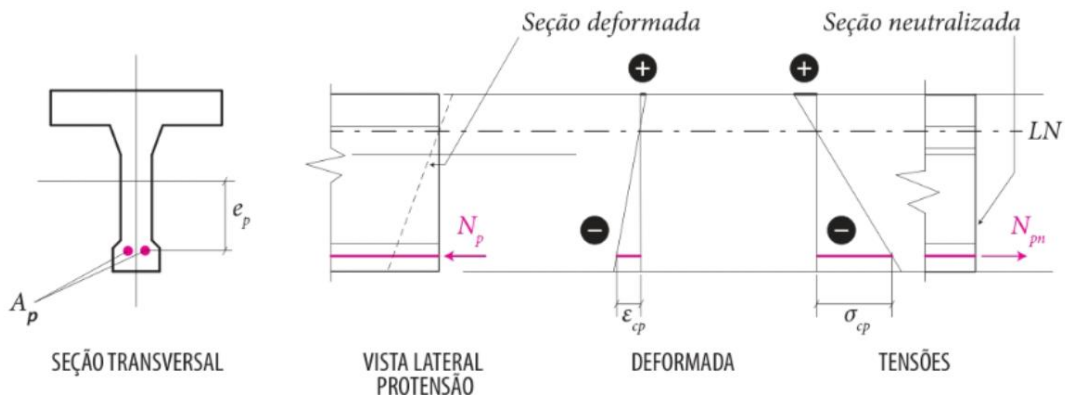
Como geralmente $N_d = 0$, logo

$$N_{pd} * Z_p + N_{sd} * Z_s = M_{sd}$$

2.5.10.2. Pré-alongamento da armadura ativa

O pré-alongamento $\Delta\epsilon_{pi}$ é a deformação inicial geradora da protensão. Como essa força sofre redução por perdas imediatas e progressivas, a verificação no Estado Limite Último (ELU) exige o uso da carga final efetiva. Para o cálculo, adota-se a hipótese do 'estado de neutralização' (Cholfe e Bonilha, 2013), Este estado fictício serve como ponto de partida para a análise, assumindo tensão zero no concreto no nível da armadura, permitindo a correta compatibilização das deformações.

Figura 22 – Efeito da protensão na neutralização das tensões



Fonte: Cholfe e Bonilha (2013)

Onde,

 N_{pn} = força externa que — anula a tensão no CG da armadura de protensão (A_p) N_p = força de protensão ΔN_p = parcela de N_{pn} que recupera a deformação ϵ_{cp}

$$N_{pn} = N_p + \Delta N_p$$

$$\epsilon_{cp} = \frac{|\sigma_{cp}|}{E_c} = \frac{\Delta N_p}{A_p * E_p}$$

Sendo, $\Delta N_p = \frac{E_p}{E_c} * A_p * |\sigma_{cp}|$ e $\alpha_p = \frac{E_p}{E_c}$ logo:

$$\Delta N_p = \alpha_p * A_p * |\sigma_{cp}|$$

Assim,

$$N_{pn} = N_p + \alpha_p * A_p * |\sigma_{cp}|$$

$$N_{pnd} = \gamma_p * N_p + [\alpha_p * A_p * |\sigma_{cp}|] * \gamma_p$$

deformação de pré-alongamento

$$\Delta \epsilon_{pi} = \frac{N_{pnd}}{A_p * E_p}$$

 $N_p * \gamma_p$ = força de protensão de cálculo para um tempo infinito A_p = área da armadura de protensão

σ_{cp} = tensão no concreto produzida pela protensão, na posição do CG de A_p

$$\sigma_{cp} = \frac{\gamma_p * N_p}{A_c} + \frac{\gamma_p * N_p * e_p^2}{I_c}$$

2.5.10.3. Verificação de vigas protendidas no (ELU)

Para a maioria das vigas protendidas, as mesmas são dimensionadas no domínio 3 onde a viga atinge a ruptura com o concreto suportando a máxima tensão de compressão e o aço atingindo o escoamento, para o cálculo no domínio 3 admite-se as seguintes premissas:

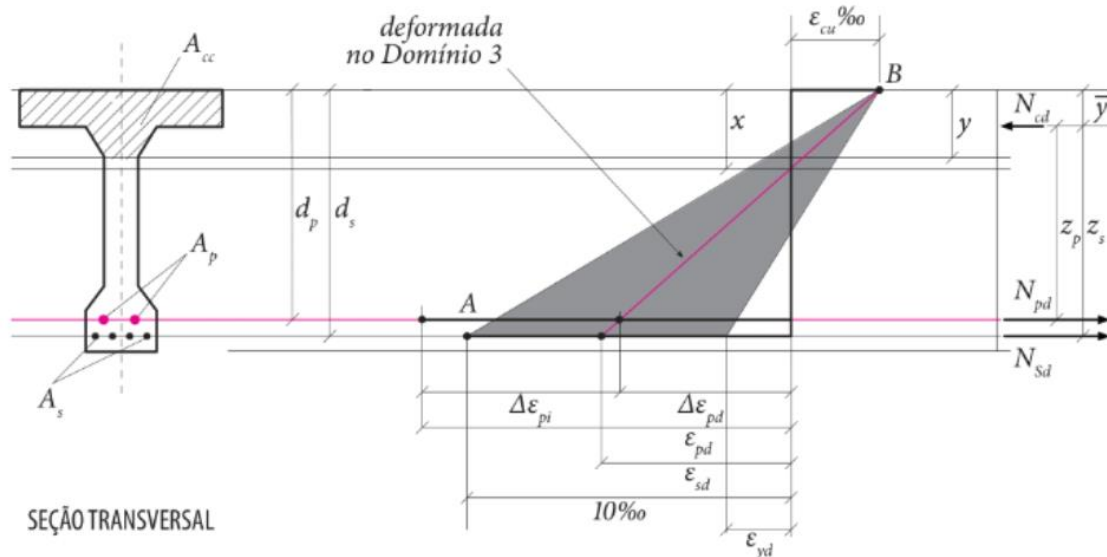
$$\epsilon_{cd} = 3,5\text{‰} \epsilon_p$$

$$\epsilon_{yd} \leq \epsilon_{sd} \leq 10\text{‰}$$

$$10\text{‰} \geq \epsilon_{pd} > \epsilon_{pyd} \quad \text{com, } \epsilon_{pd} = \Delta\epsilon_{pi} + \Delta\epsilon_{pd}$$

Abaixo tem-se o roteiro de dimensionamento no domínio 3

Figura 23 – Equilíbrio de forças e deformações no domínio 3



Fonte: Cholfe e Bonilha (2013)

Tensões nos aços

$$\sigma_{pd} = \frac{f_{pyk}}{\gamma_s}, \quad \sigma_{sd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Forças de tração

$$N_{pd} = A_p * \sigma_{pd} \quad N_{sd} = A_s * \sigma_{sd} \quad N_{td} = N_{pd} + N_{sd}$$

Tensões no concreto

$$\sigma_{sd} = 0,85 * f_{cd} = 0,85 * \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Equilíbrio

$$N_{td} = N_{cd}$$

Área comprimida: posição da linha neutra

$$A_{cc} = \frac{N_{cd}}{\sigma_{cd}} \quad A_{cc} = A_{cc}(y) \quad \text{calcula-se } y \quad x = \frac{y}{0,8}$$

Deformada : confirmação do domínio 3

$$\Delta \varepsilon_{pd} = \frac{d_p - x}{x} * 3,5\text{‰}$$

$$\varepsilon_{sd} = \frac{d_s - x}{x} * 3,5\text{‰}$$

$$\varepsilon_{pd} = \Delta \varepsilon_{pi} + \Delta \varepsilon_{pd}$$

Braços de alavanca z_p e z_s

$$z_p = d_p - \bar{y}$$

$$z_s = d_s - \bar{y}$$

Cálculo do momento resistente

$$M_{Rd} = N_{pd} * z_p + N_{sd} * z_s$$

Condição de segurança

$$M_{Rd} \geq M_{sd}$$

Atendendo-se as condições de segurança a verificação no ELU estará cumprida.

2.5.11. Verificações no estado limite de serviço (ELS)

No estado limite de serviço as verificações dependem no nível de protensão adotado na estrutura, sendo eles a protensão completa, limitada ou parcial, para cada uma delas a classe de agressividade ambiental vai definir o grau de exigência relativos à fissuração ou combinação de serviço a se utilizar.

Nível 1: Protensão parcial

Aplica-se pré-tração com CAA I e na pós-tração com CAA I e II a seguinte combinação:

ELS-W, $w_k \leq 0,2 \text{ mm}$ na combinação frequente (CF)

Com w_k sendo a abertura de fissuras de 0,2mm dado pela menor das seguintes equações:

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} * \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} * \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \quad w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} * \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} * \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

Onde,

σ_{si} , ϕ_i , E_{si} , ρ_{ri} = são definidos para cada área de envolvimento em exame;

A_{cri} = é a área da região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i ;

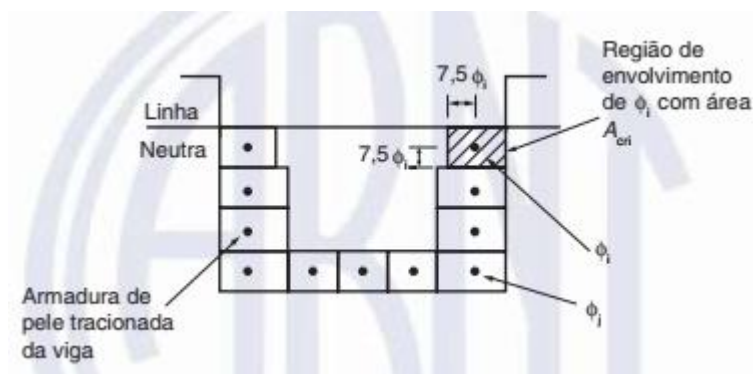
E_{si} = é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada, de diâmetro ϕ_i ;

ϕ_i = é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

ρ_{ri} = é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento (A_{cri});

σ_{si} = é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio 2

Figura 24 – Envolvimento da armadura no concreto



Fonte: NBR 6118:2014

Nível 2: Protensão limitada

Aplica-se na pré-tração com CAA II e na pós-tração com CAA III e IV com as seguintes combinações:

ELS-F na combinação frequente(CF)

$$\sigma_{c,m\acute{a}x,(CF)} \leq f_{ctk,f}$$

ELS-D na combinação quase permanente (CQP)

$$\sigma_{c,m\acute{a}x,(CQP)} \leq 0$$

Nível 3: Protensão completa

Aplica-se na pré-tração com CAA III e IV com as seguintes combinações:

ELS-F na combinação rara(CR)

$$\sigma_{c,m\acute{a}x,(CR)} \leq f_{ctk,f}$$

ELS-D na combinação frequente (CF)

$$\sigma_{c,m\acute{a}x,(CF)} \leq 0$$

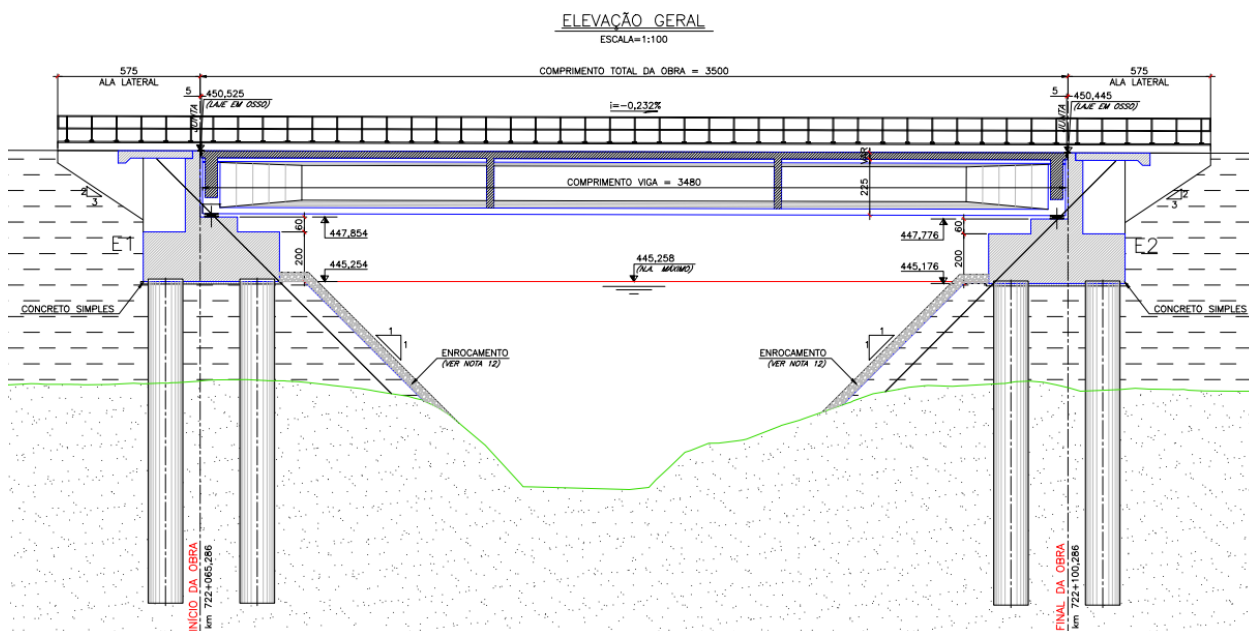
3. METODOLOGIA: MODELAGEM COM AS FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS V-PRO E CSI-BRIDGE

3.1. Apresentação do projeto base

O projeto base desse estudo se trata de um ponte ferroviária com trem tipo TB-360 em concreto protendido, onde a mesma possui 3 vigas longarinas bi apoiadas com comprimento de 35m contendo 4 transversinas ao longo do seu comprimento, possui 7 cabos de protensão em bainhas metálicas corrugadas semirrígidas com 10 cordoalhas de 15,2 mm cada, aço das armaduras ativas CP-190 RB e aço das armadura passivas CA-50. As vigas são pré moldadas são protendidas em 3 etapas de protensão com concerto de resistência C35 MPa, cimento CP-IV-ARI e por fim um tabuleiro composto por lajes pré-moldas com espessura de 28 cm.

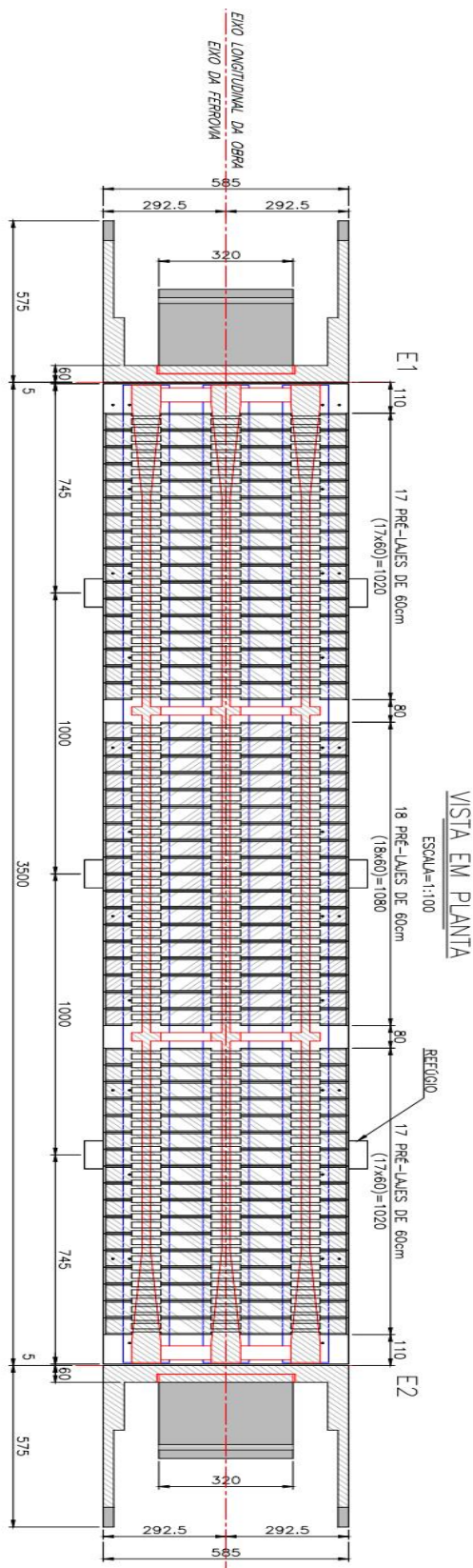
A seguir temos a representação dos desenhos do projeto: Elevação geral, forma do tabuleiro, forma das vigas, cortes, seções transversais e posicionamento dos cabos de protensão.

Figura 25 – Vista da Elevação geral



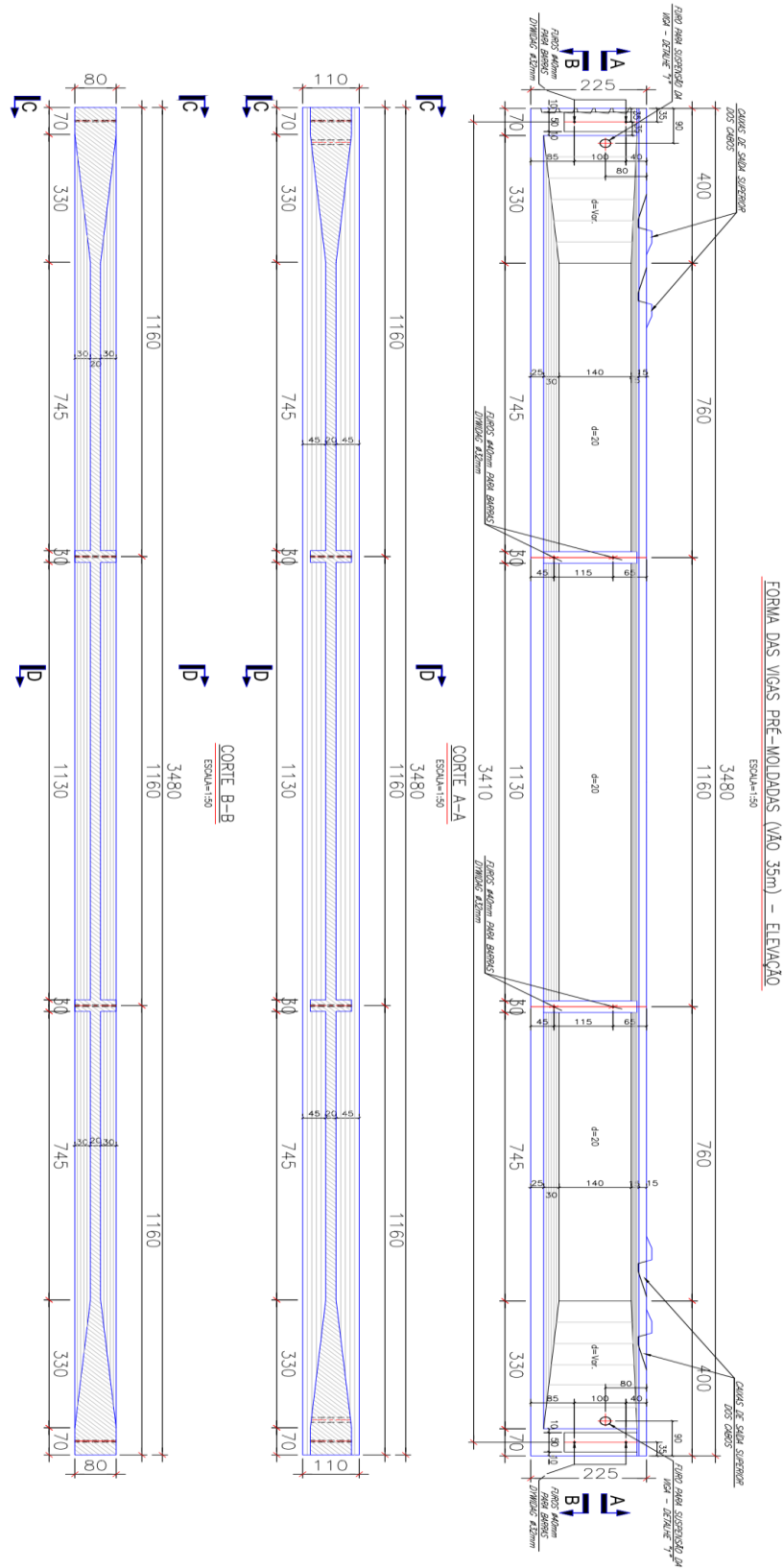
Fonte: Autor (2025)

Figura 26 – Vista em planta do tabuleiro



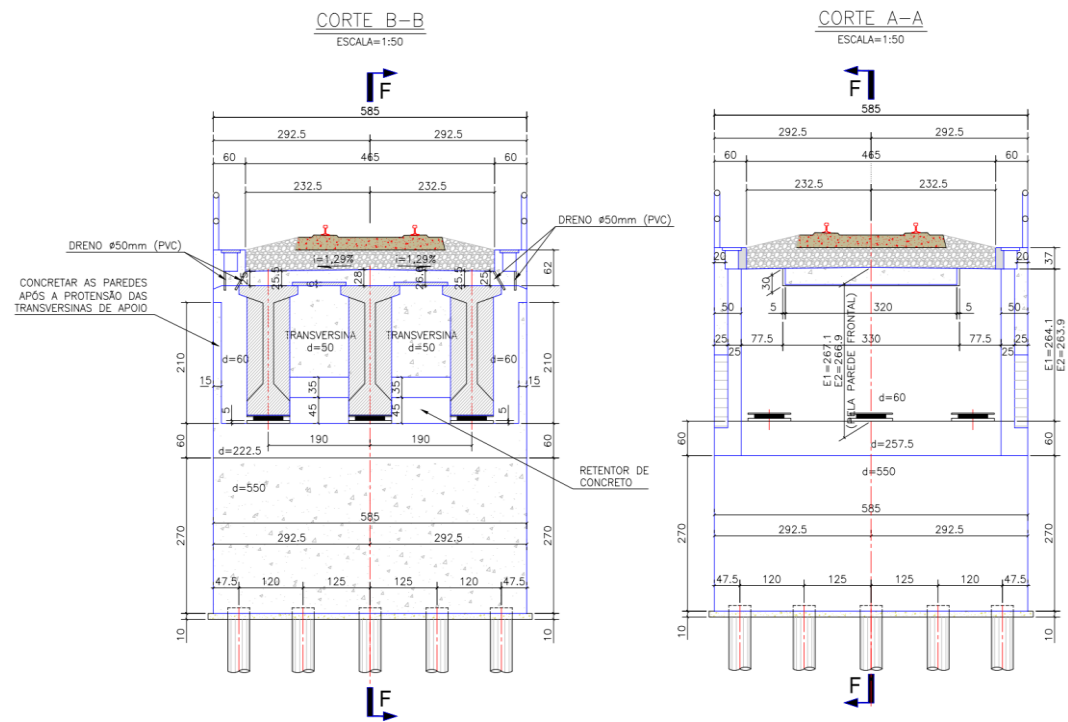
Fonte: Autor (2025)

Figura 27 – Formas das vigas



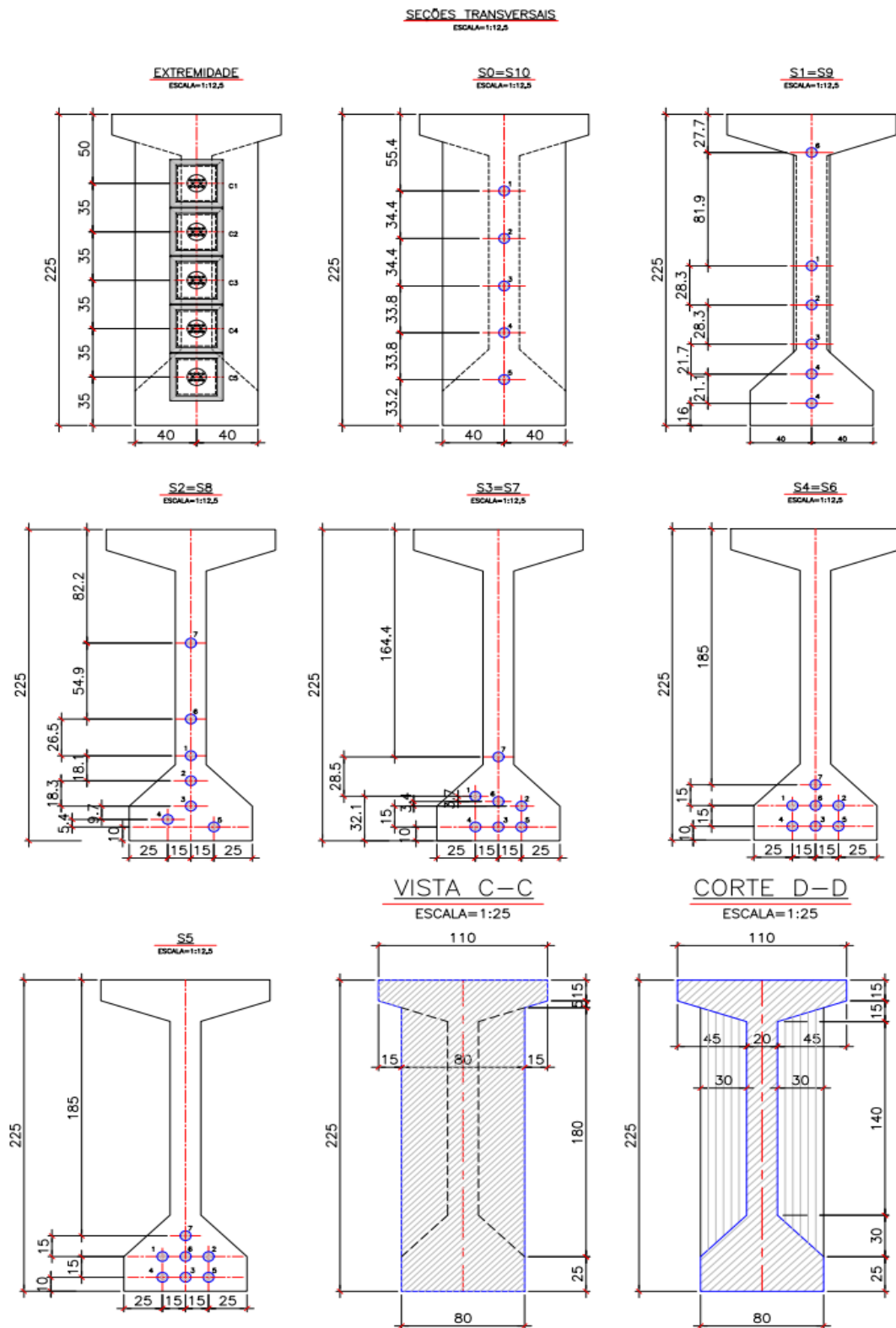
Fonte: Autor (2025)

Figura 28 – Cortes da seção transversal da ponte



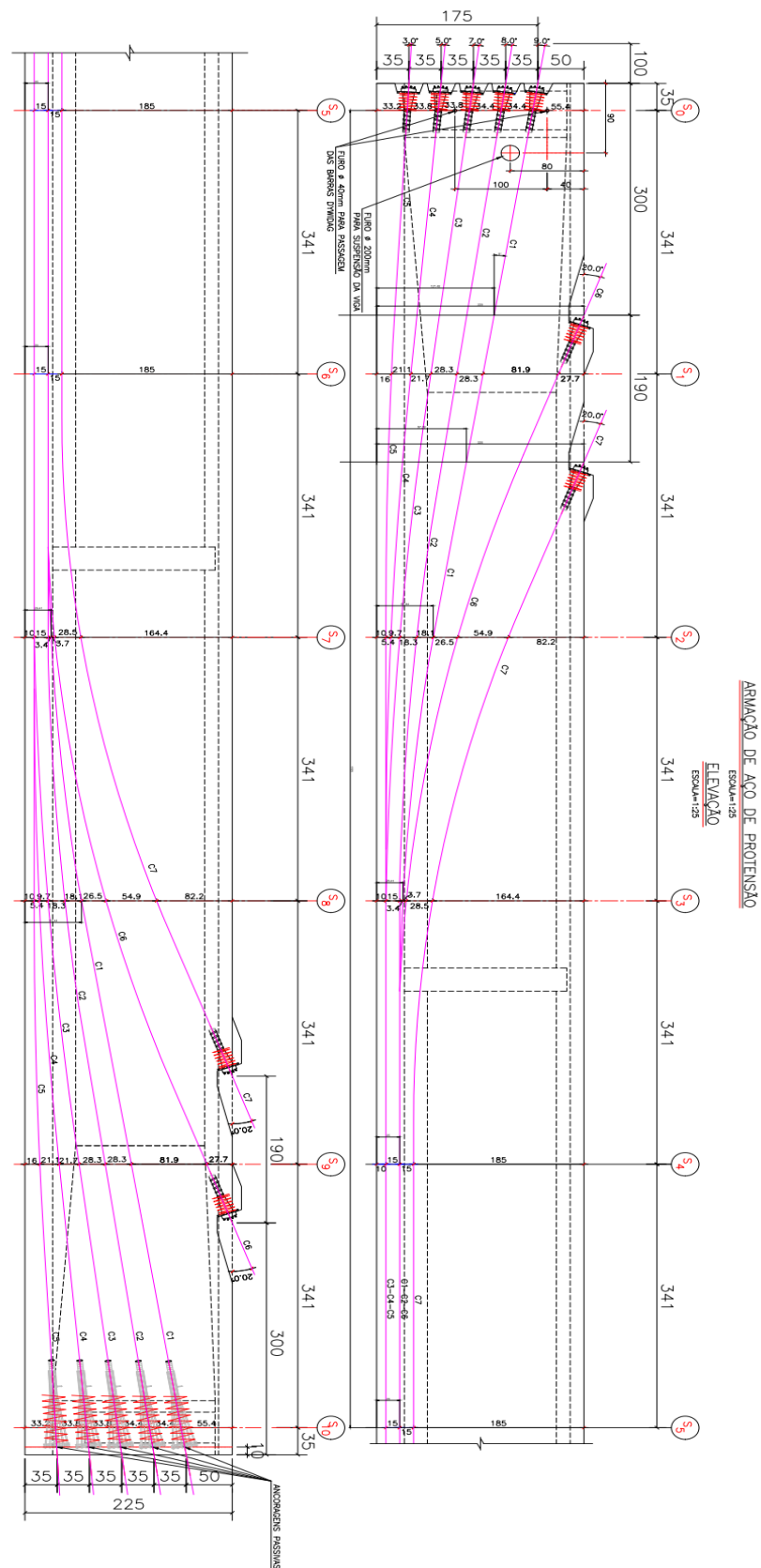
Fonte: Autor (2025)

Figura 29 – Cortes da seção transversal da ponte



Fonte: Autor (2025)

Figura 30 – Posicionamento dos cabos protendidos ao longo da seção transversal

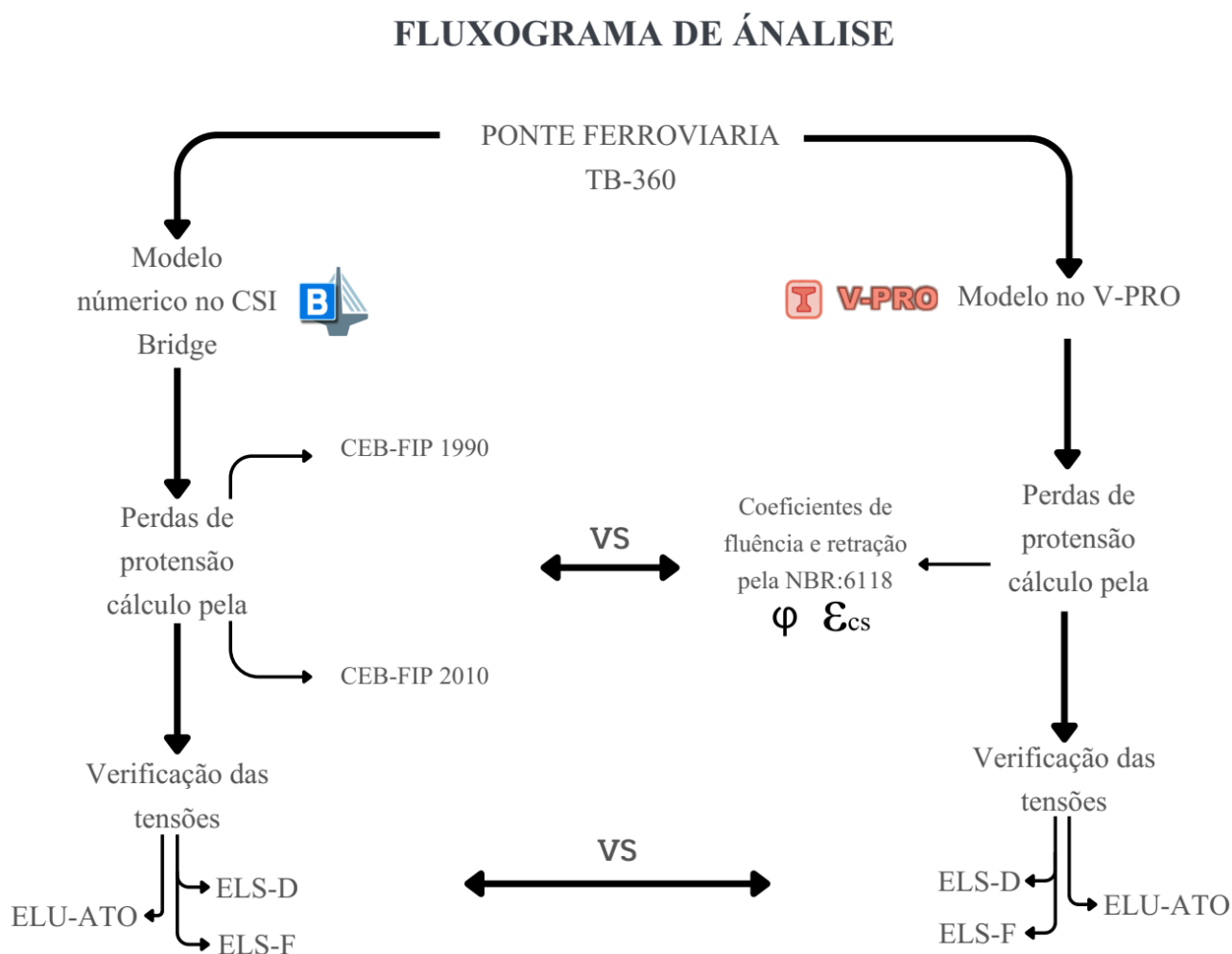


Fonte: Autor (2025)

3.2. Fluxograma da análise comparativa

Para a avaliação do comportamento estrutural da Ponte Ferroviária TB-360, adotou-se uma metodologia comparativa baseada em duas frentes de modelagem computacional distintas, conforme ilustrado no fluxograma abaixo.

Figura 31 – Fluxograma de análise comparativa



Fonte: Autor (2025)

O primeiro modelo foi desenvolvido no software CSI Bridge, onde o cálculo das perdas de protensão foi parametrizado segundo as recomendações internacionais dos códigos modelos CEB-FIP 1990 e CEB-FIP 2010. Paralelamente, utilizou-se o software V-PRO para a criação do segundo modelo, no qual as perdas progressivas foram calculadas considerando os coeficientes de fluência e retração estipulados pela norma brasileira NBR 6118, estabelecendo assim um contraponto entre os parâmetros normativos internacionais e nacionais.

A etapa final do processo consiste na análise cruzada dos resultados obtidos por ambas as ferramentas, confrontando diretamente os valores calculados para as perdas de protensão e procedendo à verificação das tensões nos estágios críticos da estrutura. Essa validação abrange a segurança no ato da protensão (ELU-ATO), bem como o comportamento em serviço nos estados limites de descompressão (ELS-D) e de formação de fissuras (ELS-F), permitindo identificar divergências decorrentes das diferentes formulações normativas e assegurar a confiabilidade do dimensionamento proposto.

3.3. Concepção e modelagem no v-pro

3.3.1. Introdução ao V-PRO

O Sistema V-PRO, é um sistema com foco no dimensionamento e verificação de vigas protendidas, tem como norma base a ABNT NBR 6118:2014 e faz as principais verificações estabelecidas pela norma como: estado limite de descompressão (ELS-D), estado limite de formação de fissuras (ELS-F), verificação no estado limite ultimo no ato de protensão (ELU-ATO), dimensionamento das armaduras ativas e passivas a flexão, dimensionamento ao cisalhamento e perdas de protensão. Além do mais, faz análises de vigas isostáticas e hiperestáticas, considerando todos os carregamentos moveis e estáticos, combinações e gerando os resultados através das envoltórias dos diagramas, linhas de influência e gráfico das tensões e perdas de protensão.

No contexto deste trabalho, o V-PRO representa uma solução rápida, simplificada aplicada ao contexto nacional. Ele será alimentado com os mesmos esforços solicitantes obtidos na análise global da ponte (realizada no CSI Bridge), uma metodologia que permite isolar e analisar especificamente como seus algoritmos de cálculo de perdas e verificação de tensões, estritamente baseados na NBR 6118, divergem da abordagem da norma internacional CEB-FIP.

Ressalta-se que a comparação levará em conta as diferenças normativas intrínsecas aos softwares, o V-PRO segue estritamente a NBR 6118, enquanto o CSI Bridge utiliza formulações baseadas no CEB-FIP/Eurocode. As divergências teóricas entre essas normas serão discutidas juntamente com a análise dos resultados.

3.3.2. Processo de modelagem e entrada de dados da viga da ponte

Na tela inicial do programa temos a seguinte interface como mostra a figura abaixo.

Figura 32 – Tela inicial do V-PRO

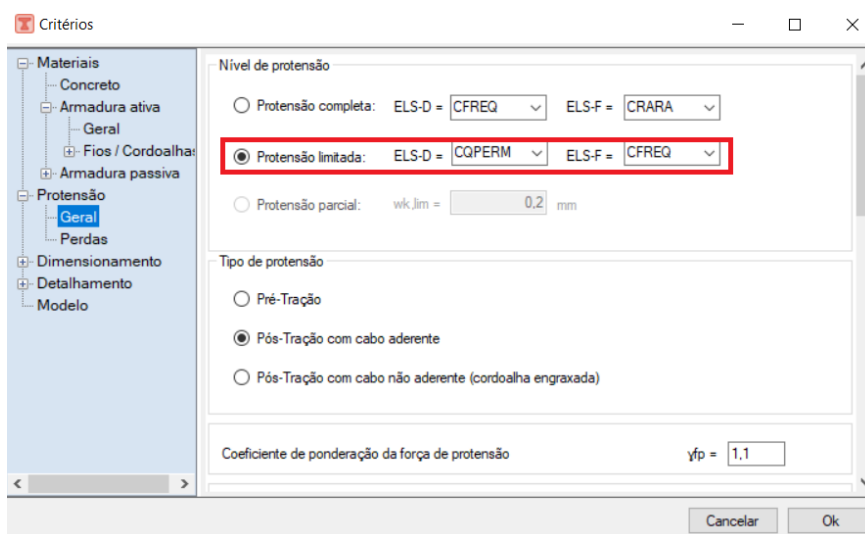


Fonte: Autor (2025)

- Critérios de projeto: definiu-se todos os itens referentes ao projeto, materiais, protensão, dimensionamento, detalhamento e modelo. Para este trabalho foram modificados os seguintes critérios:

Em Protensão>geral: Nessa aba selecionou-se o nível de protensão limitada no ELS-D na combinação quase permanente e no ELS-F na combinação frequente.

Figura 33 – Critério do nível de protensão



Fonte: Autor (2025)

Em Protensão>Perdas:

Em perdas de protensão foram modificados os critérios de perdas progressivas, visto que o V-PRO não calcula diretamente esses parâmetros.

Figura 34 – Critério de perdas progressivas

Fonte: Autor (2025)

Através do aplicativo “Fluência e retração” foram obtidos os coeficientes de fluência e retração com os seguintes parâmetros de projeto fornecidos ao software. O mesmo segue todos os critérios do Anexo A da NBR 6118:2014.

Figura 35 – Obtenção dos coeficientes de retração e fluência

Fonte: Autor (2025)

Os demais critérios do V-PRO foram deixados default do software pois já estão de acordo com a norma brasileira e cumpre todos os demais requisitos do projeto.

- Resistência do concreto: nessa aba selecionou-se a classe de resistência de acordo com o projeto e suas demais propriedades associadas.

Figura 36 – Resistência do concreto

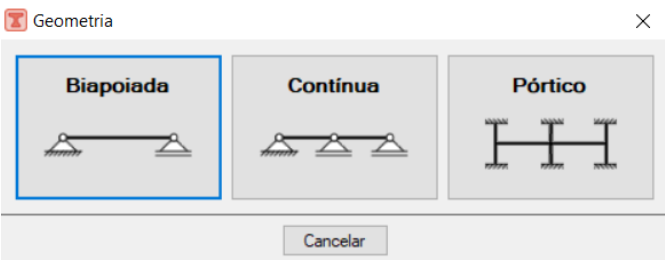
Resistência característica à compressão do concreto:	fck = 35 MPa
Resistência característica do concreto à tração direta:	fctk = 3,21 MPa
Módulo de elasticidade do concreto:	Ec = 29 GPa
Resistência característica à compressão do concreto aos j dias:	fcj = 24 MPa
Resistência característica do concreto à tração direta aos j dias:	fctj = 2,5 MPa
Módulo de elasticidade do concreto aos j dias:	Ecj = 24 GPa

Buttons: Cancelar, Ok

Fonte: Autor (2025)

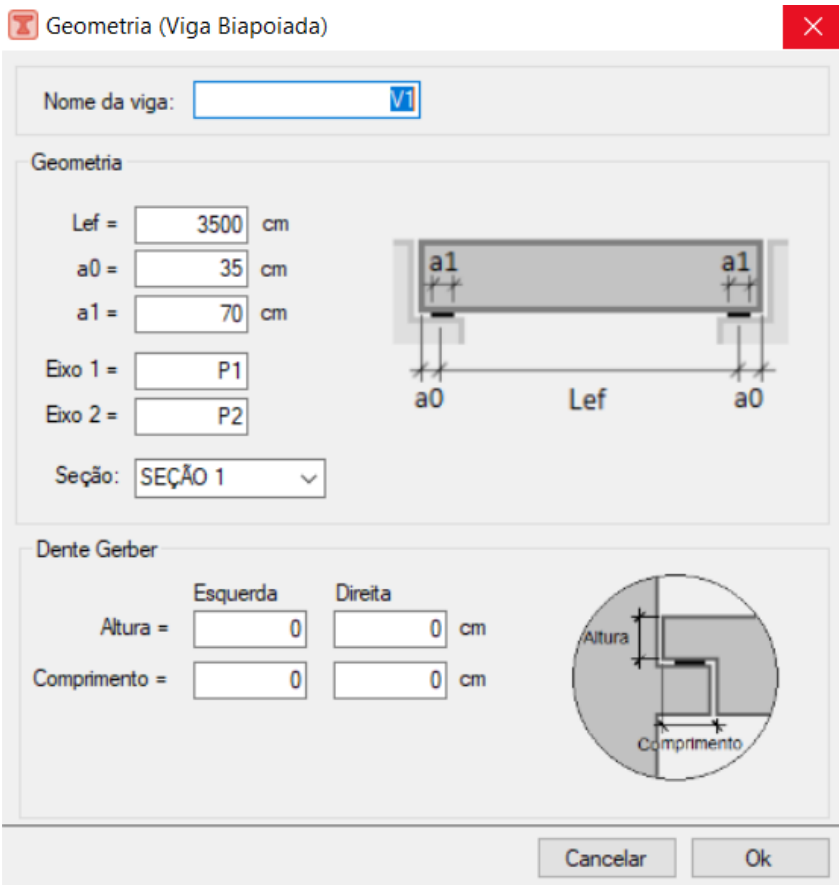
- Geometria: Definiu-se o tipo e os detalhes do apoio e o comprimento da viga

Figura 37 – Condições de apoio



Fonte: Autor (2025)

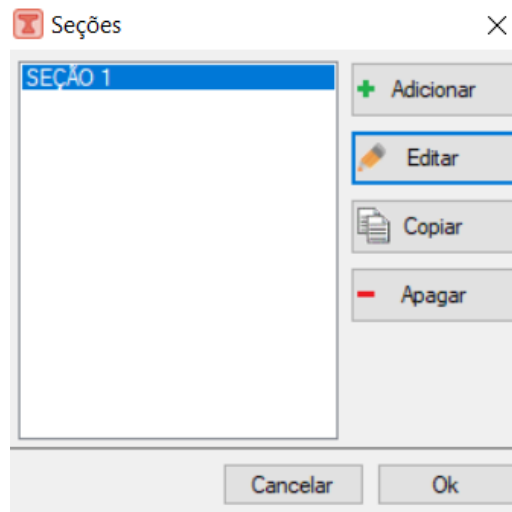
Figura 38 – Geometria da viga



Fonte: Autor (2025)

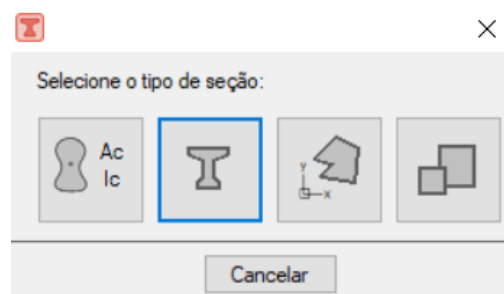
- Seções: foram escolhidas o tipo da seção I e definido sua geometria

Figura 39 – Seções transversais



Fonte: Autor (2025)

Figura 40 – Tipo da seção transversal



Fonte: Autor (2025)

Figura 41 – Geometria da seção transversal

Seção tipo

Nome da seção: SEÇÃO 1

h	225	cm
hf1	15	cm
hf2	15	cm
hw1	30	cm
hw2	25	cm
bf	110	cm
tw	20	cm
bw	80	cm

☐ Considerar seção solidarizada

bcs = 200,0 cm
hcs = 8,0 cm
bsec = 10,0 cm
hsec = 20,0 cm

Cancelar Ok

Fonte: Autor (2025)

- Cabos: nessa aba foram definidos a quantidades de cabos, a posição dos cabos em XY e XZ na seção transversal escolhida ao longo do seu comprimento, além disso utilizou-se 10 cordoalhas CP-190 RB de 15.2mm e a protensão a esquerda para os cabos de 1 a 5 e protensão em ambos os lados para os cabo 6 e 7.

Figura 42 – Definição do traçado dos cabos de protensão

Protensão: Cabo 1

nº cordoalhas: 10

Cordoalha: Cord. CP-190 RB 15.2

Protensão: Esquerda

Força por cabo: $P_i = 10 \times 196 = 1960 \text{ kN}$

Plano XY Plano XZ

Ponto	xi (cm)	yi (cm)	θ_z (graus)
1	0	175	
2	341	115,5	
3	682	61,4	
4	1023	28,4	
5	1364	25	
6	1705	25	
7	2046	25	

Cancelar Ok

Fonte: Autor (2025)

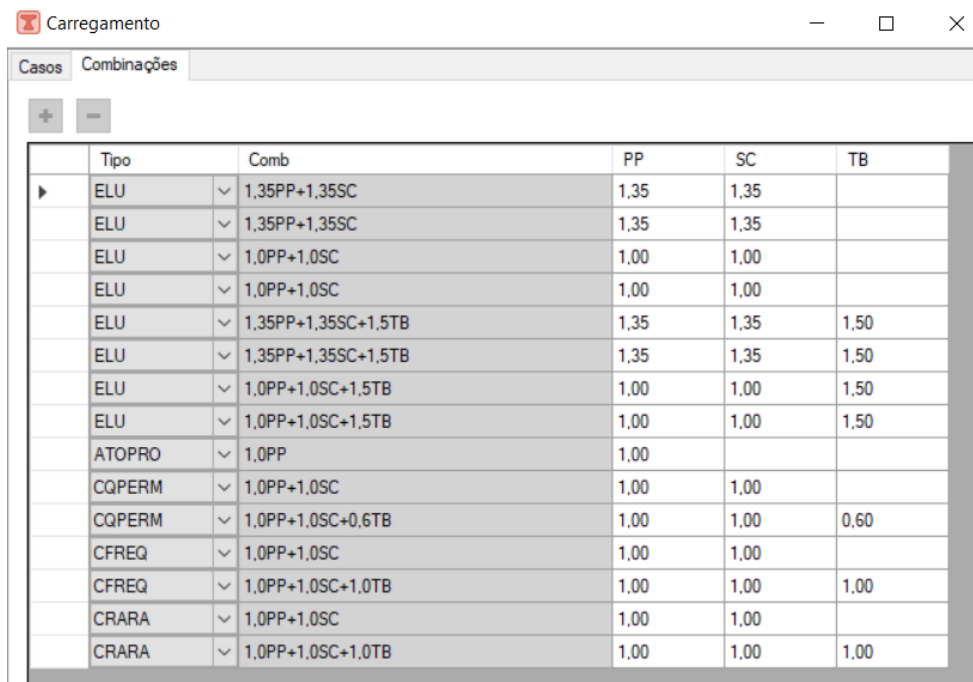
- Combinações: nessa aba foram inseridas as informações pertinentes aos carregamentos, como o tipo de carregamento e etapas de protensão, que para esse caso o peso próprio entra na etapa 0, onde o carregamento atua imediatamente após a concretagem, os demais carregamentos foram inseridos etapa 1, pois, por se tratar de uma viga pré moldada os demais carregamentos só atuarão após a construção do tabuleiro e a utilização da ponte de fato. Para os coeficientes de ponderação os mesmos foram ajustados de acordo com NRB 6118:2014. Após isso o programa gera as combinações automaticamente.

Figura 43 – Casos de carregamento

	Nome	Sigla	Tipo	Etapa	γ_f	γ_f (Fav.)	ψ_0	ψ_1	ψ_2
▶	Peso próprio	PP	Peso pr...	0	1,35	1			
	Sobrecarga	SC	Perman...	1	1,35	1			
	TB-360	TB	Acidental	1	1,5		1	1	0,6

Fonte: Autor (2025)

Figura 44 – Combinações



	Tipo	Comb	PP	SC	TB
▶	ELU	1,35PP+1,35SC	1,35	1,35	
	ELU	1,35PP+1,35SC	1,35	1,35	
	ELU	1,0PP+1,0SC	1,00	1,00	
	ELU	1,0PP+1,0SC	1,00	1,00	
	ELU	1,35PP+1,35SC+1,5TB	1,35	1,35	1,50
	ELU	1,35PP+1,35SC+1,5TB	1,35	1,35	1,50
	ELU	1,0PP+1,0SC+1,5TB	1,00	1,00	1,50
	ELU	1,0PP+1,0SC+1,5TB	1,00	1,00	1,50
	ATOPRO	1,0PP	1,00		
	CQPERM	1,0PP+1,0SC	1,00	1,00	
	CQPERM	1,0PP+1,0SC+0,6TB	1,00	1,00	0,60
	CFREQ	1,0PP+1,0SC	1,00	1,00	
	CFREQ	1,0PP+1,0SC+1,0TB	1,00	1,00	1,00
	CRARA	1,0PP+1,0SC	1,00	1,00	
	CRARA	1,0PP+1,0SC+1,0TB	1,00	1,00	1,00

Fonte: Autor (2025)

- Peso Próprio: fator de majoração do peso próprio, não foi alterado permanecendo em 1
- Carga concertada: inalterado
- Carga linear: inalterado
- Carga Trapezoidal: inalterado
- Trem tipo: inalterado
- Processar: inalterado

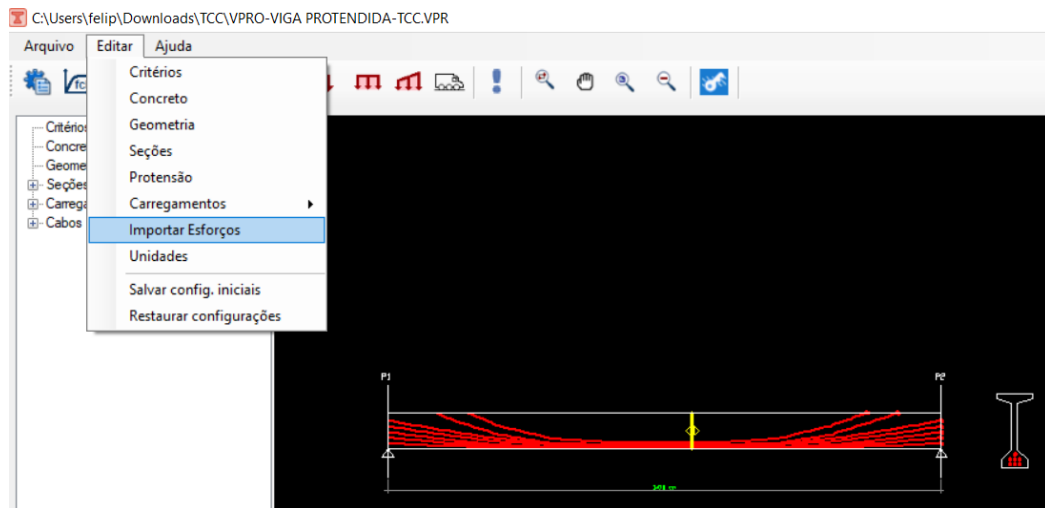
3.3.3. Importação dos carregamentos da longarina do CSI bridge para o V-PRO

Os carregamentos não foram demonstrados anteriormente por que foram importados da análise do CSI Bridge, como um dos objetivos e comparar os resultados de esforços, tensões e perdas de protensão, utilizar as mesmas solicitações da análise do CSI, elimina possíveis diferenças da comparação entre análise simplificada como é feita no V-PRO e a análise feita por elementos finitos do CSI.

Inicialmente, na aba “editar” do V-PRO, selecionou-se a opção de importar carregamentos, nessa janela como mostra a figura abaixo foram importadas as solicitações de

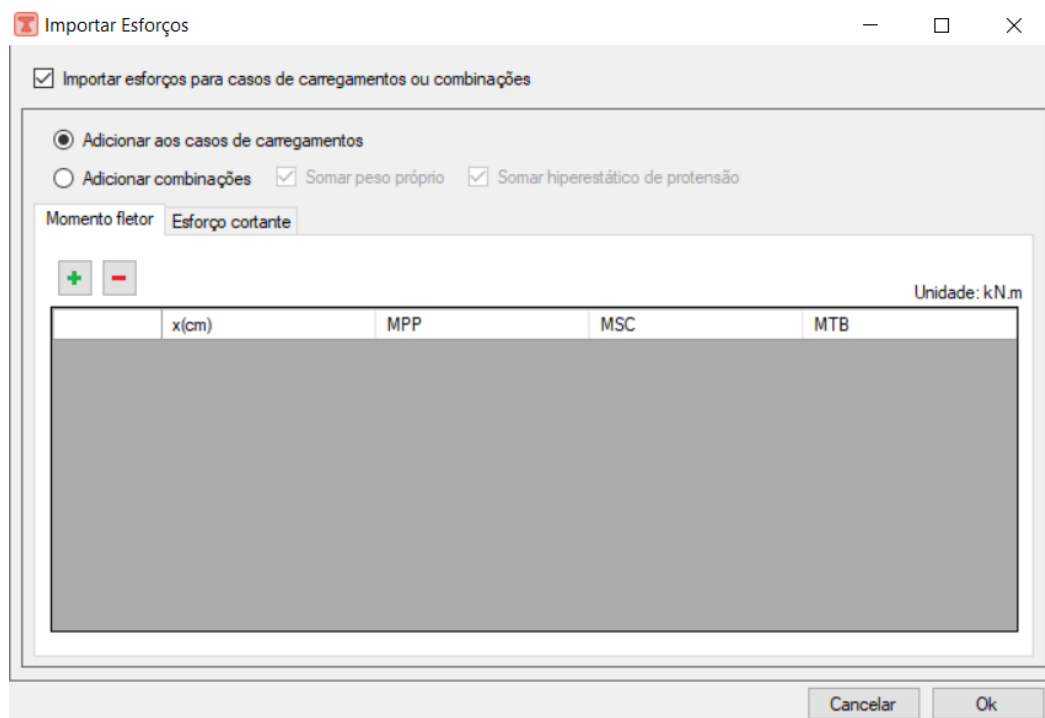
momento fletor e esforço cortante, devido aos três casos de carregamento, peso próprio, sobrecarga, e trem tipo TB-360

Figura 45 – Importação dos esforços



Fonte: Autor (2025)

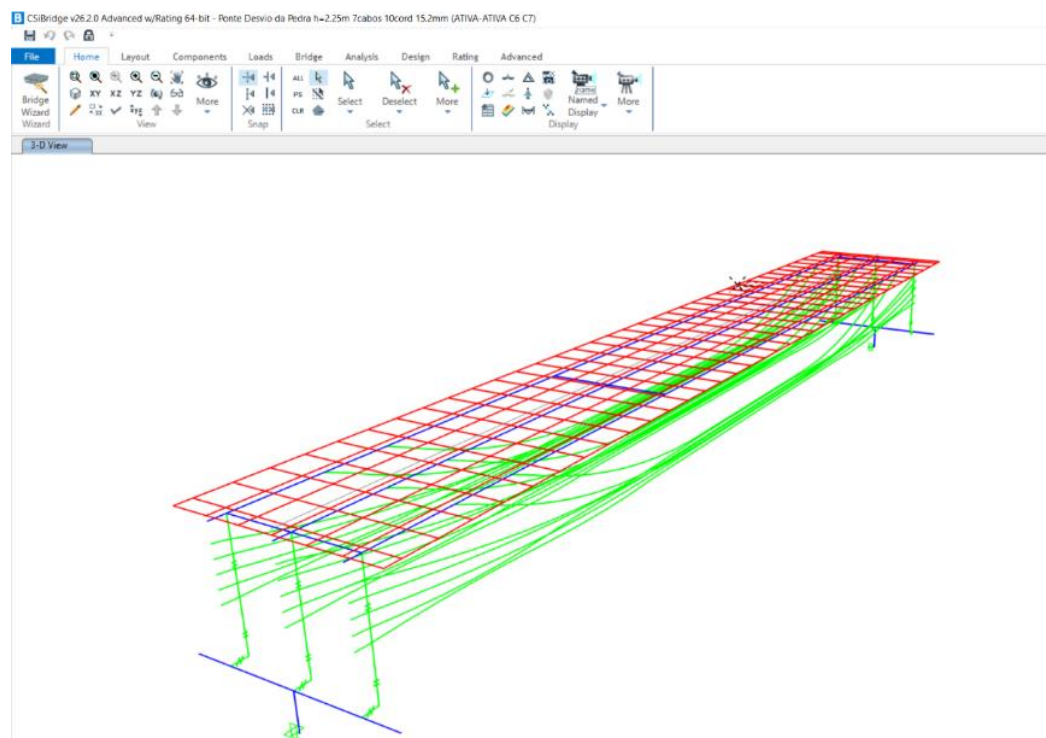
Figura 46 – Aba de importação dos esforços em função da posição x



Fonte: Autor (2025)

No CSI Bridge, com o modelo pronto previamente fornecido para o estudo, tem-se a seguinte visualização inicial

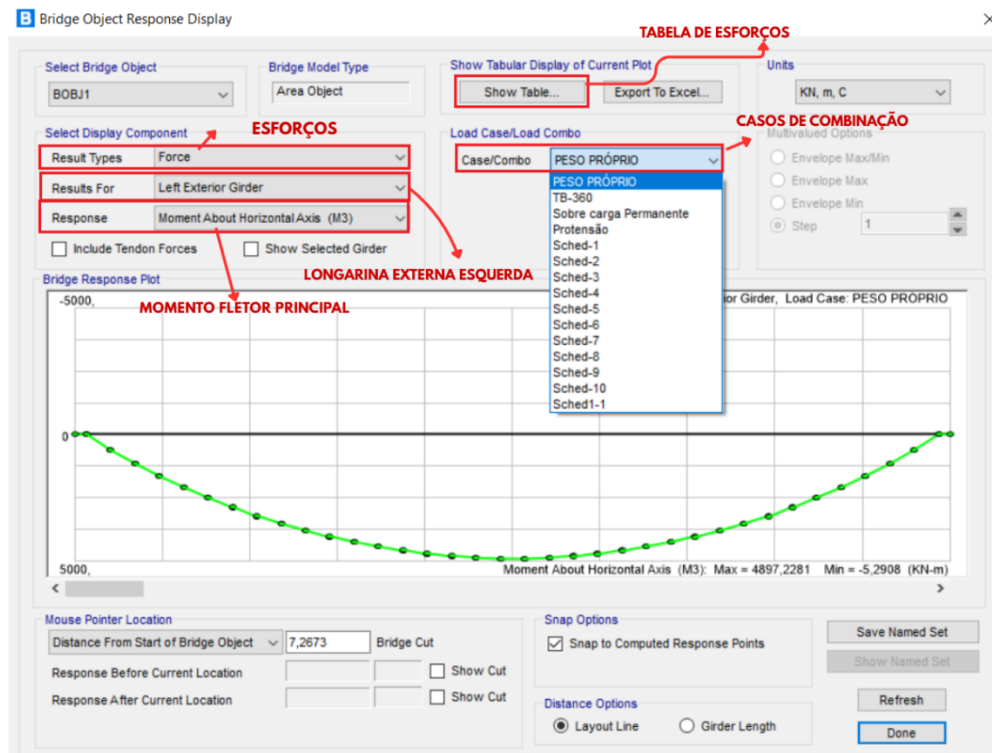
Figura 47 – Tela inicial do CSI Bridge



Fonte: Autor (2025)

Na aba “Display” em “Bridge object” response display” tem-se a tela com os resultados de momentos fletores, tensões, deslocamentos, torção e esforços cortantes dos elementos. Selecionou-se a longarina esquerda, por se tratar de um dos elementos mais carregados, e sendo o objeto de estudo desse trabalho. Na tela abaixo, na aba “Bridge object” response display” em “Result types” selecionou-se a opção “Force” que está relacionados aos esforços, logo após em “Result For” selecionou-se “Left Exterior Girde” que é a longarina externa esquerda, depois em “Response” selecionou-se “ Moment About” Horizontal Axis (M3) que é o momento em torno do eixo horizontal (M3). Em “ Case/combo” que é referente aos casos de combinação temos os três casos principais que é o peso próprio a sobrecarga permanente e a carga móvel com o trem tipo TB-360.

Figura 48 – Aba de visualização dos esforços solicitantes



Fonte: Autor (2025)

Em “show table” tem-se a seguinte tabela abaixo com o a distância no eixo horizontal x e o momento para cada ponto, para cada caso de combinação exportou-se uma tabela tanto para momento fletor quanto para esforço cortante e inserindo-os no V-PRO.

Figura 49 – Tabela de esforços em relação a posição x

Bridge Response Data

Edit

Tabular Data for: BOBJ1 - Left Exterior Girder, Load Case: PESO PRÓPRIO

	Layout Line Distance	Girder Distance	M3
	m	m	KN-m
1	0,	0,	0,2981
2	0,45	0,45	-5,2666
3	0,45	0,45	-5,1711
4	1,42429	1,42429	608,0013
5	1,42429	1,42429	597,5669
6	2,39857	2,39857	1160,091
7	2,39857	2,39857	1141,7424
8	3,37286	3,37286	1658,4422
9	3,37286	3,37286	1628,6849
10	4,34714	4,34714	2105,9068
11	4,34714	4,34714	2079,2575
12	5,32143	5,32143	2514,4417
13	5,32143	5,32143	2502,4541
14	6,29571	6,29571	2893,6742
15	6,29571	6,29571	2872,1858
16	7,27	7,27	3233,4758
17	7,27	7,27	3209,6399
18	8,24429	8,24429	3535,7588
19	8,24429	8,24429	3508,3118
20	9,21857	9,21857	3808,896
21	9,21857	9,21857	3778,2413
22	10,19286	10,19286	4046,3549

Units: KN, m, C

Done

Fonte: Autor (2025)

3.4. Concepção e modelagem no CSI bridge

3.4.1. Introdução ao CSI Bridge

Para a análise global da estrutura e o dimensionamento segundo critérios internacionais, utilizou-se o software CSI Bridge, uma ferramenta de análise por elementos finitos e dimensionamento, que permite uma simulação refinada do comportamento conjunto da superestrutura. A modelagem paramétrica da ponte integrou geometria, materiais e carregamentos em um único modelo onde as vigas longarinas foram representadas por elementos de barra e o tabuleiro por elementos de casca. Para os critérios de dimensionamento da protensão utilizou-se as propriedades de acordo com a CEB-FIP 1990 e a CEB-FIP 2010, permitindo a comparação direta com os resultados da NBR 6118.

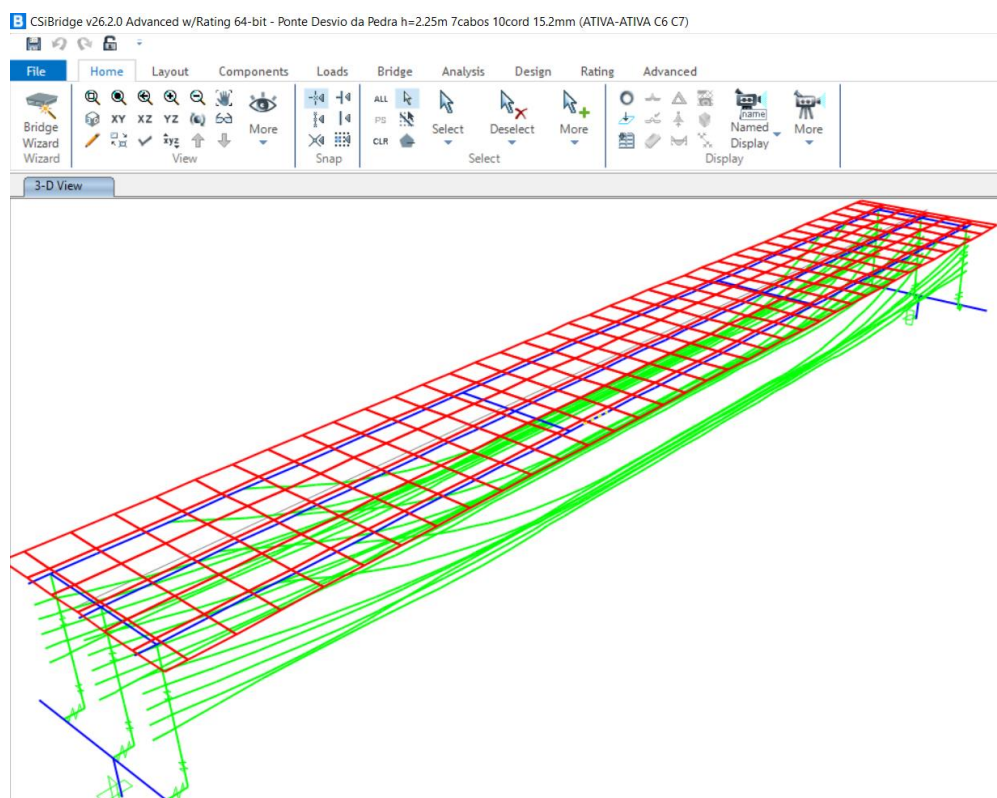
A análise incorporou cargas permanentes e o trem-tipo ferroviário TB-360 através de faixas de tráfego “Lanes”, gerando as envoltórias máximas de esforços. A protensão foi modelada com elementos discretos “tendons” e processada via análise de Construção por

Estágios “Staged Construction”, simulando a sequência real de execução (lançamento, protensão, concretagem da laje) para capturar a evolução precisa das tensões e perdas de protensão. Desta forma, o CSI Bridge atua nesta pesquisa como a solução de análise refinada, fornecendo os esforços globais e realizando as verificações de acordo com a CEB-FIP, servindo de comparativo à metodologia com o uso do V-PRO.

3.4.2. Processo de modelagem e entrada de dados da estrutura da ponte

Na aba “home” do CSI contém as principais ferramentas de manipulação e visualização da estrutura, na imagem abaixo tem-se o modelo da ponte na forma de barras para a representação dos cabos, longarinas, transversinas e bloco de fundação e de casca para representação do tabuleiro.

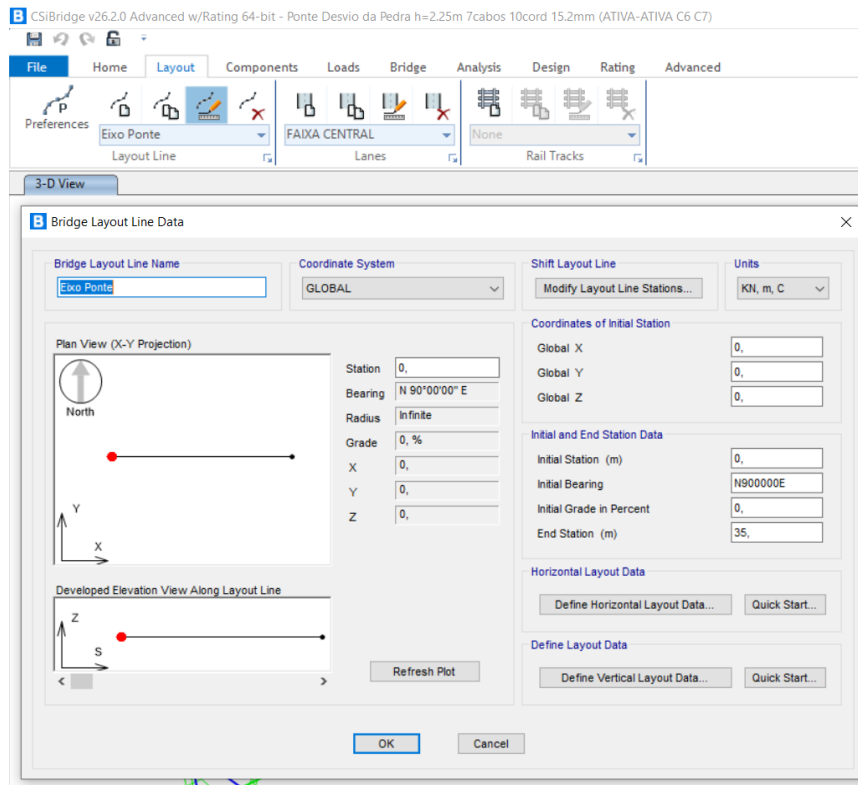
Figura 50 – Tela inicial do CSI Bridge



Fonte: Autor (2025)

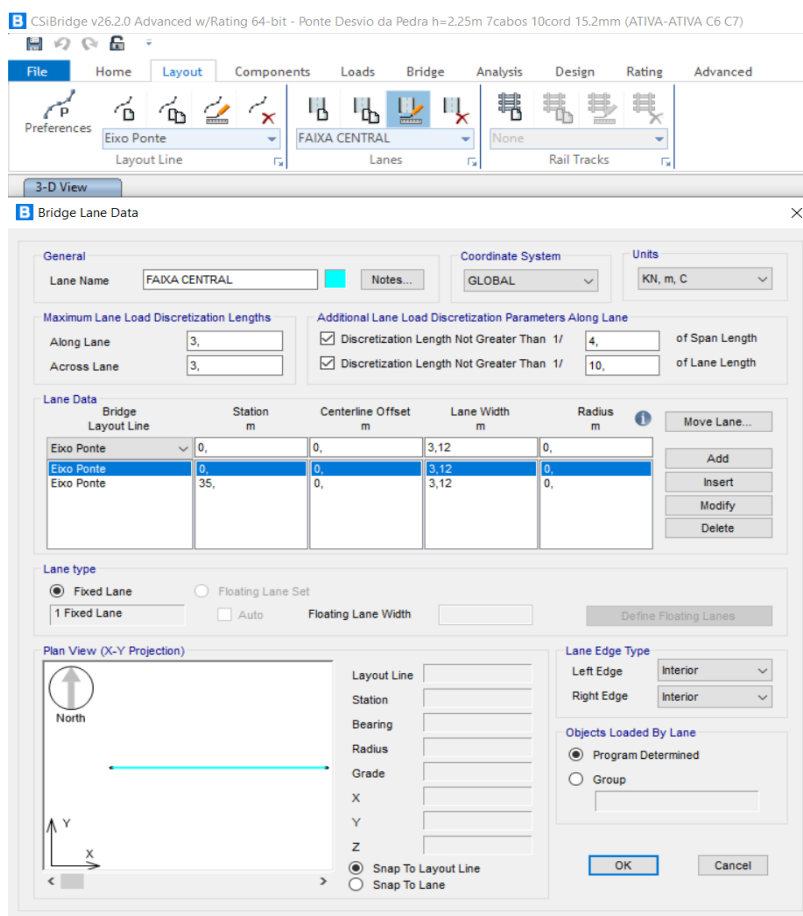
Na aba Layout em “layout line” definiu-se o eixo da ponte, com as informações de comprimento que vai de 0 a 35m, já na aba “Lanes” definiu-se as faixas de trafego da ferrovia por onde o trem tipo irá passar, bem como sua largura ao longo do eixo da ponte.

Figura 51 – Layout do eixo da ponte



Fonte: Autor (2025)

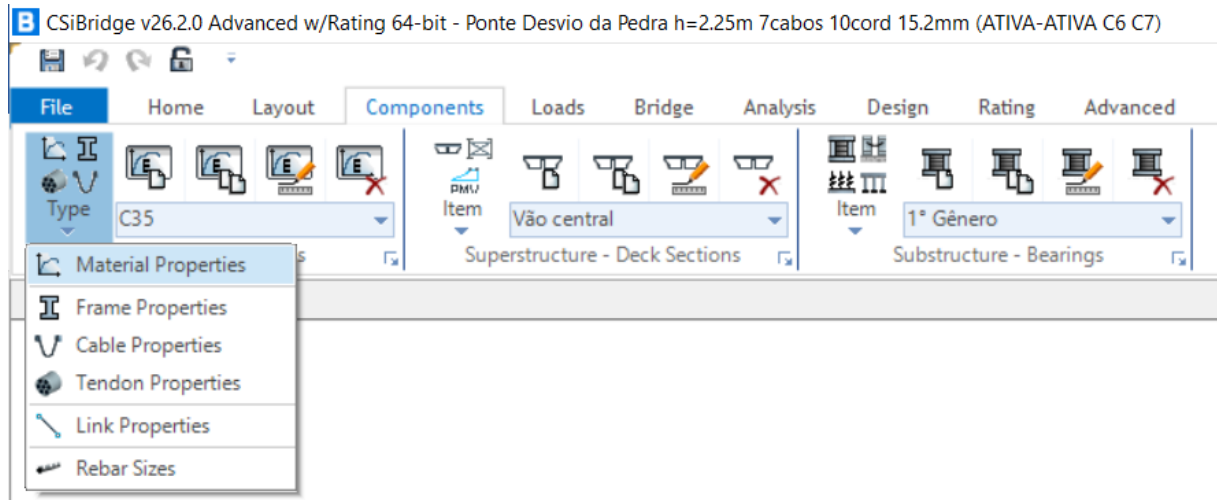
Figura 52 – Definição da faixa central de tráfego da ponte



Fonte: Autor (2025)

Na aba “componente” em “type” é onde definiu-se todas as propriedades dos materiais, como tipo do concreto, resistências a compressão, propriedades térmicas do concreto, propriedades reológicas que dependem do tempo, seções geométricas das longarinas, transversinas, blocos de fundação e pilares. Definiu-se também os tipos de cabos, resistência dos cabos e por fim os aparelhos de apoios e tipos de apoios de cada elemento.

Figura 53 – Aba componentes, tipos de propriedades



Fonte: Autor (2025)

Nessa selecionou-se o concreto com F_{ck} de 35Mpa a uma temperatura ambiente de 22°C.

Figura 54 – Propriedades do concreto

Property	Value
Material Name	C35
Material Type	Concrete
Symmetry Type	Isotropic
Property Temperature	Degrees C 22,
Modulus of Elasticity (E)	29402917,
Poisson (U)	0,2
Coeff of Thermal Expansion (A)	1,000E-05
Weight per Unit Volume	25,
Mass per Unit Volume	2,5493
Specified Concrete Compressive Strength, f_c	35000,
Expected Concrete Compressive Strength	35000,
Lightweight Concrete	☐
Shear Strength Reduction Factor	
Uniaxial Nonlinear Data...	
Material Damping Properties...	
Coupled Nonlinear Data...	
Time Dependent Properties...	

Fonte: Autor (2025)

Na aba “time dependente Properties” configurou-se os parâmetros para a definição dos coeficientes de fluência e retração. Nessa aba seleciona-se o tipo de norma que vai ser utilizado para o cálculo das perdas de protensão diferidas ao longo do tempo, para este trabalho o modelo será calculado duas vezes, uma utilizando a CEB- FIP 1990 e a CEB-FIP 2010, na imagem abaixo temos os seguintes parâmetros para CEB-FIP 1990.

Figura 55 – Propriedades do concreto que dependem do tempo CEB-FIP 1990

Time Dependent Properties for Concrete

Material Name: C35

Material Type: Concrete

Symmetry Type: Isotropic

Property Temperature: 22, Deg. C

Time Dependent Type: CEB-FIP 90

Units: KN, m, C

CEB-FIP 90 Parameters

Cement Type Coefficient	0,25
Relative Humidity, %	50
Shrinkage Coefficient, Bsc	5
Shrinkage Start Age, days	3

Time Dependence Considered For

Item	Factor
☒ Compressive Strength and Stiffness (Modulus of Elasticity)	1
☒ Creep	1
☒ Shrinkage	1

Creep Analysis Type

☒ Full Integration

☐ Dirichlet Series With Terms

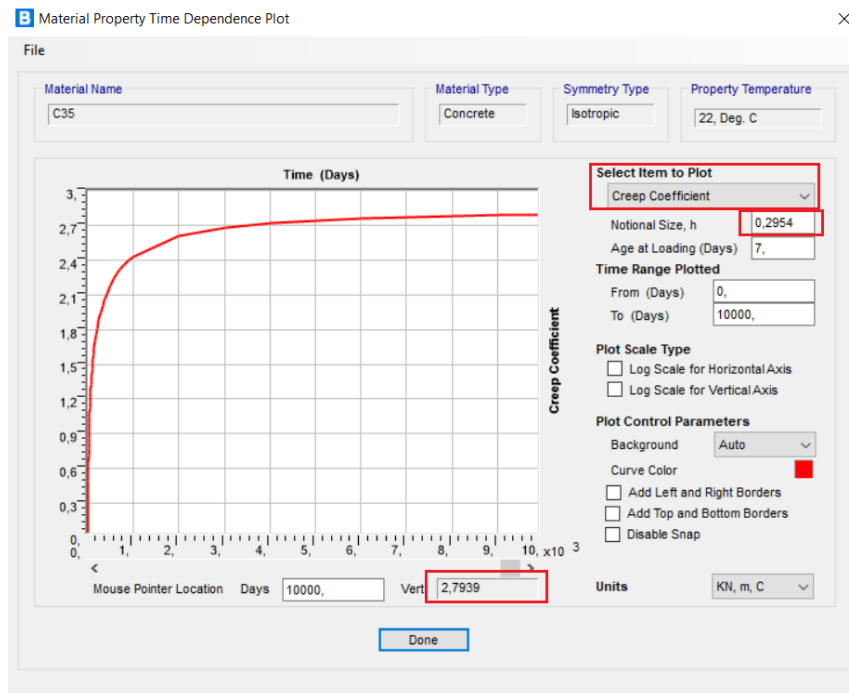
Show Plot...

OK Cancel

Fonte: Autor (2025)

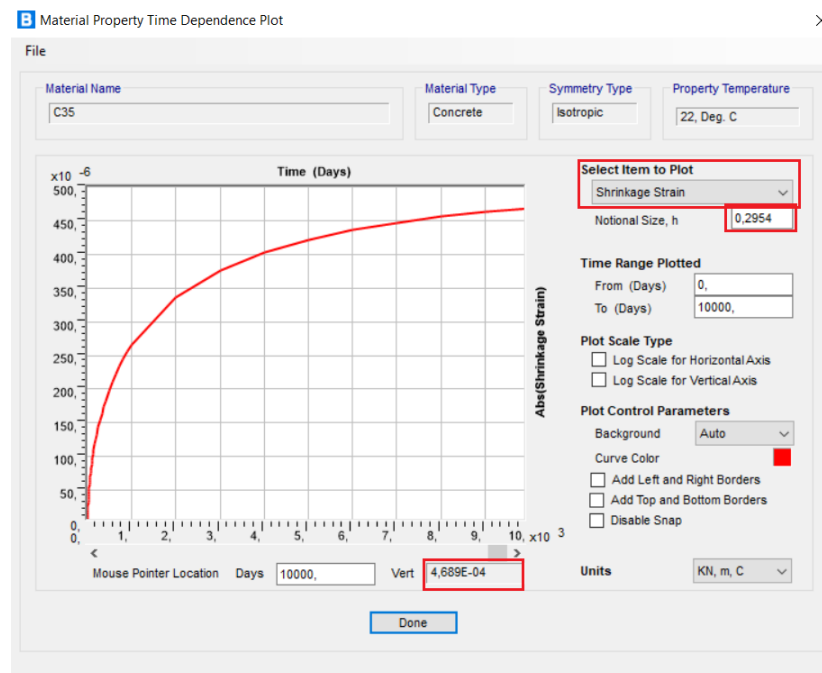
Logo abaixo os gráficos demonstram os coeficientes de fluência “Creep Coefficient” e de retração “shrinkage strain”, em “notional size” foi inserida a espessura fictícia da peça em para um tempo t_0 igual a 0 dias e um tempo t_∞ igual a 10000 dias, tendo o coeficiente de fluência final 2,7939 e o coeficiente de retração $4,689 \times 10^{-4}$. Esse dois coeficientes serão utilizados para o cálculo da perdas diferidas de acordo com a CEB-FIP 1990.

Figura 56 – Gráfico de Propriedades do concreto que dependem do tempo – coeficiente de retração CEB-FIP 1990



Fonte: Autor (2025)

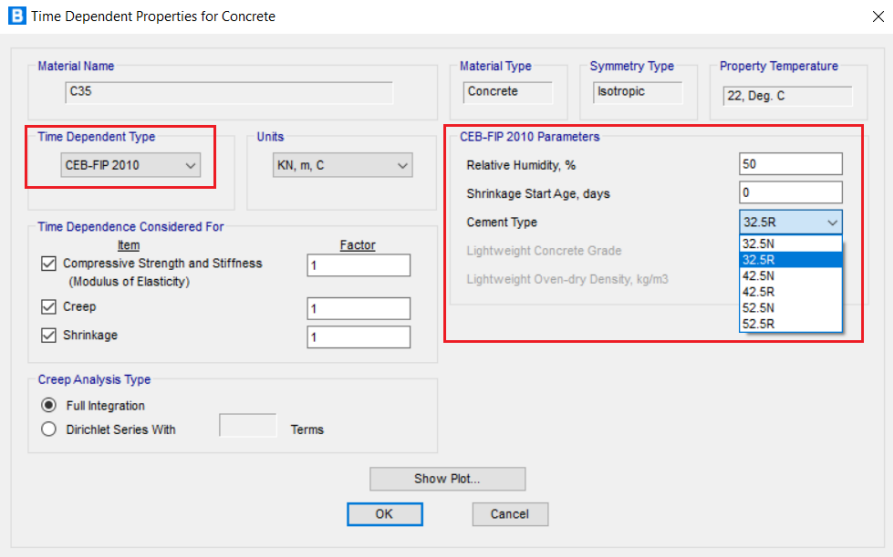
Figura 57 – Gráfico de Propriedades do concreto que dependem do tempo – fluência CEB-FIP 1990



Fonte: Autor (2025)

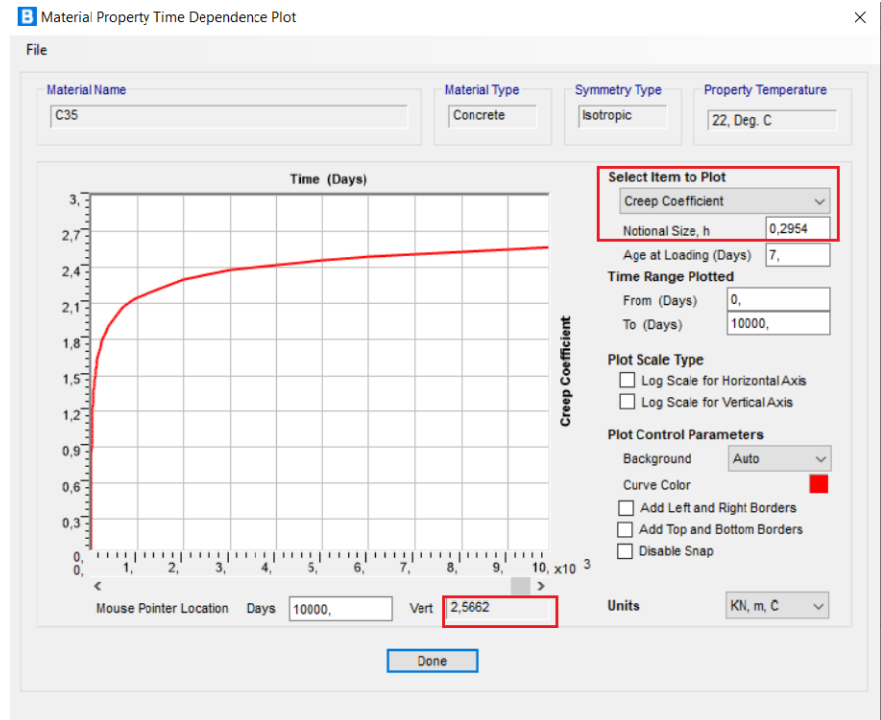
Já para a CEB-FIP 2010 selecionou-se o “cement type” tipo do cimento 32,5R que o tipo do cimento de 32,5MPa com ganho de resistência rápido, visto que é o mais próximo que temos na tabela de 35Mpa.

Figura 58 – Propriedades do concreto que dependem do tempo CEB-FIP 2010



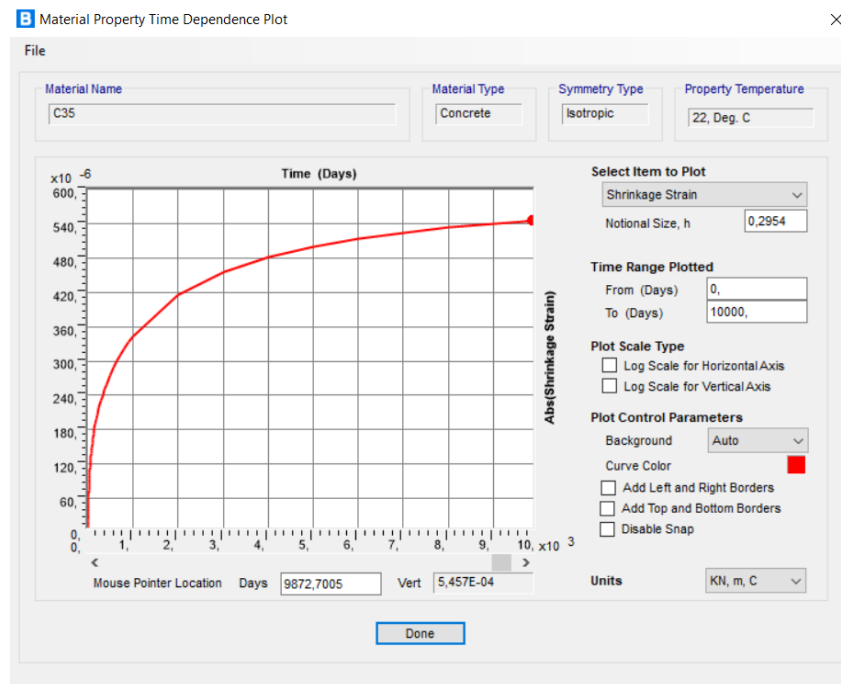
Fonte: Autor (2025)

Figura 59 – Gráfico de Propriedades do concreto que dependem do tempo – coeficiente de retração CEB-FIP 2010



Fonte: Autor (2025)

Figura 60 – Gráfico de Propriedades do concreto que dependem do tempo – Fluência CEB-FIP 2010



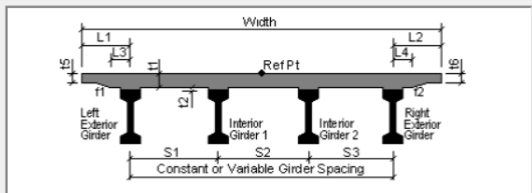
Fonte: Autor (2025)

Repetiu-se o mesmo processo de configuração anterior obtendo-se os coeficientes de fluência “Creep Coefficient” de 2,5662 e de retração “shrinkage strain” de $5,457 \times 10^{-4}$.

Na aba “Components” em “Superstructure – Deck sections” configurou-se as geometrias do tabuleiro, bem como a disposição das longarinas, dimensões gerais e suas propriedades.

Figura 61 – Seção da ponte

Define Bridge Section Data - Precast Concrete I Girder



Section Data

Definition Loads

Item	Value
General Data	
Bridge Section Name	Vão central
Slab Material Property	C35
Number of Interior Girders	1
Total Width	5,85
Girder Longitudinal Layout	Along Layout Line
Constant Girder Spacing	Yes
Constant Girder Haunch Thickness (t2)	Yes
Constant Girder Frame Section	Yes
Top Slab Profile	Flat
Slab Thickness	
Top Slab Thickness (t1)	0,25
Concrete Haunch Thickness (t2)	0,
Girder Section Properties	
Girder Section	Viga 35m h=2,25m
Fillet Horizontal Dimension Data	
f1 Horizontal Dimension	0,
f2 Horizontal Dimension	0,
Left Overhang Data	
Left Overhang Length (L1)	1,025
Left Overhang Distance to Fillet (L3)	1,025
Left Overhang Outer Thickness (t5)	0,25

Girder Output

Modify/Show Girder Force Output Locations...

Survey Points

Modify/Show Survey Point Locations...

Modify/Show Tendons

Tendon Layout Data...

Modify/Show Load Patterns

Load Patterns...

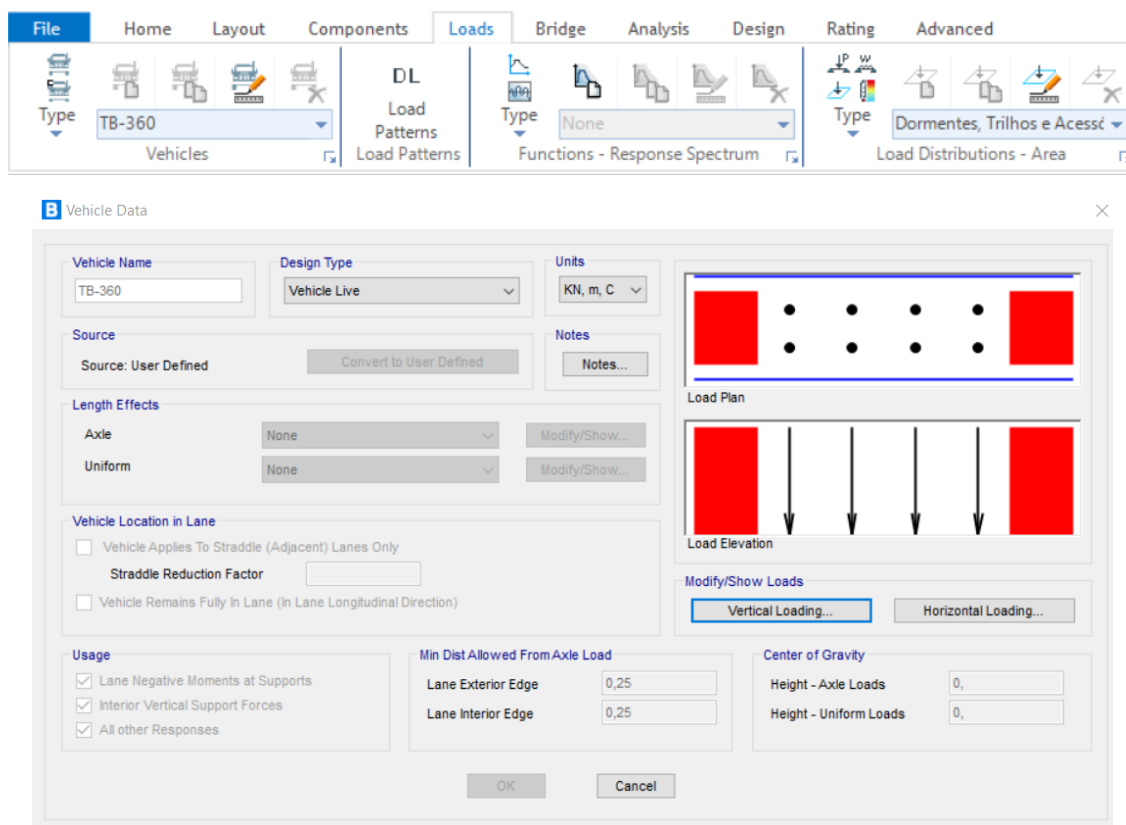
Convert To User Bridge Section

OK Cancel

Fonte: Autor (2025)

Na aba “Loads” foram configuradas as cargas na ponte, dentre elas as cargas moveis do trem tipo TB-360, peso próprio das estruturas, e sobrecargas. Em “Vehicles” configurou-se o trem tipo e a posição de movimentação ao longo ponte, com as cargas pontuais e as cargas de multidão .

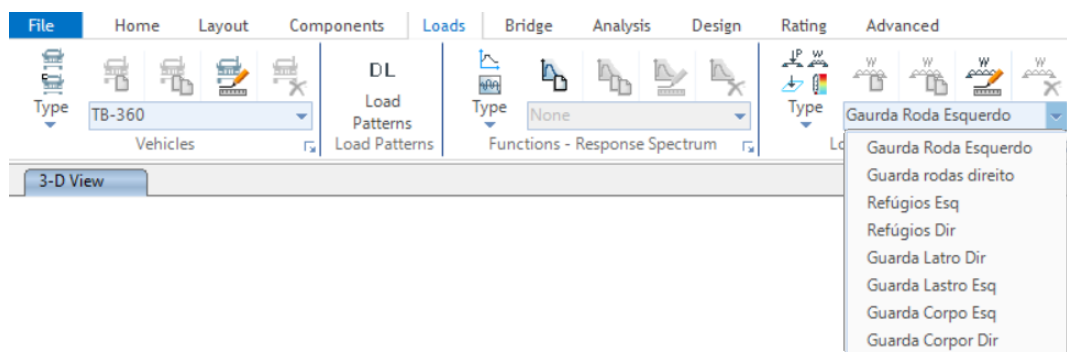
Figura 62 – Configuração do trem tipo



Fonte: Autor (2025)

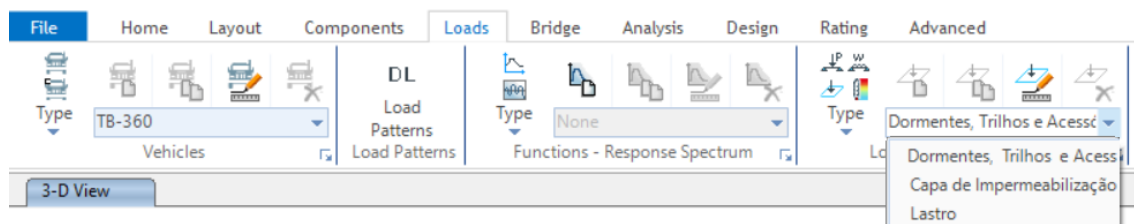
Após o lançamento das cargas moveis inseriu-se as carga lineares dos guarda rodas, refúgios, guarda lastros e guarda corpos, posicionando-as no tabuleiro em suas respectivas posições. Por fim, inseriu-se as cargas distribuídas em área, dormentes, trilhos, acessórios, capa de impermeabilização e lastro conforme mostra as imagens abaixo.

Figura 63 – configuração de cargas lineares



Fonte: Autor (2025)

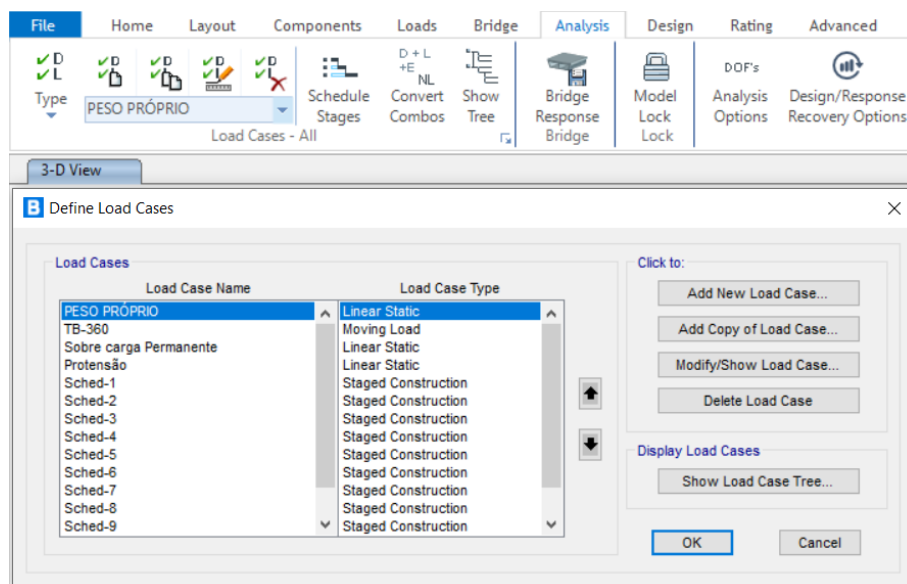
Figura 64 – configuração de cargas distribuídas em área



Fonte: Autor (2025)

Já Aba “Analysis” em “Load cases – All” foram configurados os casos de combinação e os estágios de construção em “schedule stages”, onde foram inseridos o cronograma de execução da ponte, separando os estágios de construção em fases, sendo as fases que acontece que acontecem num curto período de tempo “tempo imediato” e no longo prazo “tempo infinito”.

Figura 65 – Definição dos casos de carregamentos



Fonte: Autor (2025)

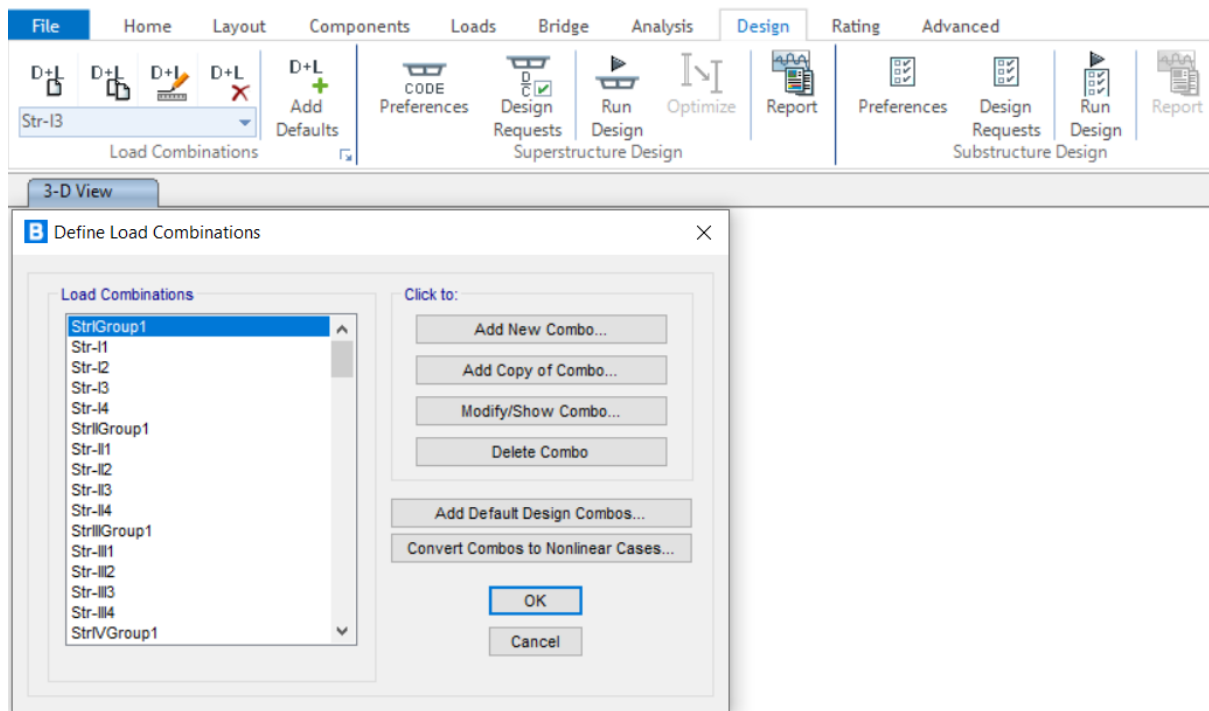
Figura 66 – Definição dos estágios de construção

Nonlinear Staged Construction Scheduler									
Sched1									
	Task Description	Dura	Predec	Finish Day	Operation	Object	Details	End Stage	End Case
1	FASE APOIOS	32		32				☐	☐
2	TEMPO	30		30				☐	☐
3	ENCONTROS	1	2	31	Add Structure	Group	Age=3; SW=Peso	☐	☐
4	NEOPRENES	1	3	32	Add Structure	Group <BOBJ1> NEOPRENES	Age=3; SW=Peso Próprio; SF=1	☐	☐
5	FASE VIGAS	42		74				☐	☐
6	TEMPO	30	4	62				☐	☐
7	VIGAS	1	6	63	Add Structure	Group <BOBJ1> VIGAS	Age=7; SW=Peso Próprio; SF=1	☐	☐
8	TRANSVERSINAS	1	7	64	Add Structure	Group Transversinas	Age=3; SW=Peso Próprio; SF=1	☐	☐
9	CABOS 3 4 5	1	8	65	Add Structure	Group <BOBJ1> CABOS345	Age=3; Without SW	☐	☐
10	ETAPA 1	1	9	66	Load Objects	Group <BOBJ1> CABOS345	Load pattern 'Protensão' SF=1	☐	☐
11	CABOS 1 2	7	10	73	Add Structure	Group <BOBJ1> CABOS12	Age=3; Without SW	☐	☐
12	ETAPA 2	1	11	74	Load Objects	Group <BOBJ1> CABOS12	Load pattern 'Protensão' SF=1	☐	☐
13	FASE LAJE	47		121				☐	☐
14	TEMPO	30	12	104				☐	☐
15	TABULEIRO	15	14	119	Add Structure	Group ALL	Age=3; SW=Peso Próprio; SF=1	☐	☐
16	CABOS 6 7	1	15	120	Add Structure	Group <BOBJ1> CABOS67	Age=3; Without SW	☐	☐
17	ETAPA 3	1	16	121	Load Objects	Group <BOBJ1> CABOS67	Load pattern 'Protensão' SF=1	☐	☐
18	SOBRECARGA	9		130				☐	☐
19	TEMPO	8	17	129				☐	☐
20	SOBRECARGA	1	19	130	Load Objects	Group ALL	Load pattern 'Sobre carga Permanente'	☐	☐
21	OPERAÇÃO	12624		12754				☐	☐
22	T=0	30	20	160				☐	☐
23	T=00	2500	22	2660				☐	☐
24		3500	23	6160				☐	☐
25		3500	24	9660				☐	☐
26	T=35 anos	3094	25	12754				☐	☐

Fonte: Autor (2025)

Por fim em “Desing” foram geradas todas as combinações da ponte incluindo todas as etapas de construção da mesma, aplicando os fatores de majoração e minoração em suas respectivas combinações de acordo com a fase de construção.

Figura 67 – Definição dos grupos de combinações de cargas



Fonte: Autor (2025)

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1. Análise do modelo inicial (arranjo com 10 cordoalhas)

Para iniciar a análise comparativa entre os softwares V-PRO e CSI Bridge, definiu-se um modelo base constituído por uma viga de concreto protendido com vão de 35 metros, submetida ao peso próprio, sobrecargas permanentes e ao trem-tipo TB-360.

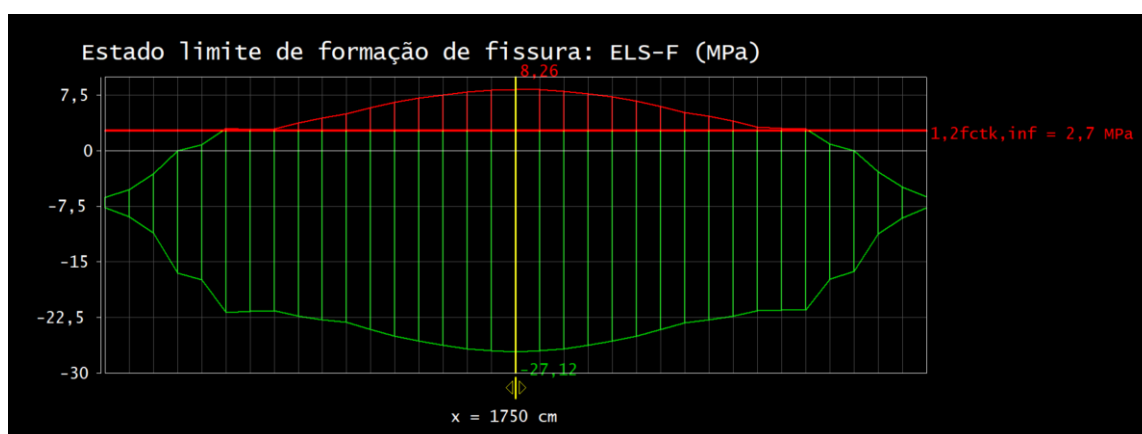
O pré-dimensionamento da armadura ativa adotou 7 cabos parabólicos, contendo 10 cordoalhas de aço CP-190 RB (15,2 mm) cada.

Este cenário foi modelado com parâmetros idênticos em ambos os programas, com o objetivo de verificar o comportamento da longarina nos Estados Limites de Serviço (ELS), Estado limite ultimo (ELU), frente às diferentes formulações de perdas de protensão adotadas por cada software.

4.1.1. Resultados pela NBR 6118:2014 no (V-PRO):

Para o ELS no estado limite de formação de fissura ELS-F foram obtidos os seguintes resultados:

Figura 68 – Verificação no ELS-F no V-PRO

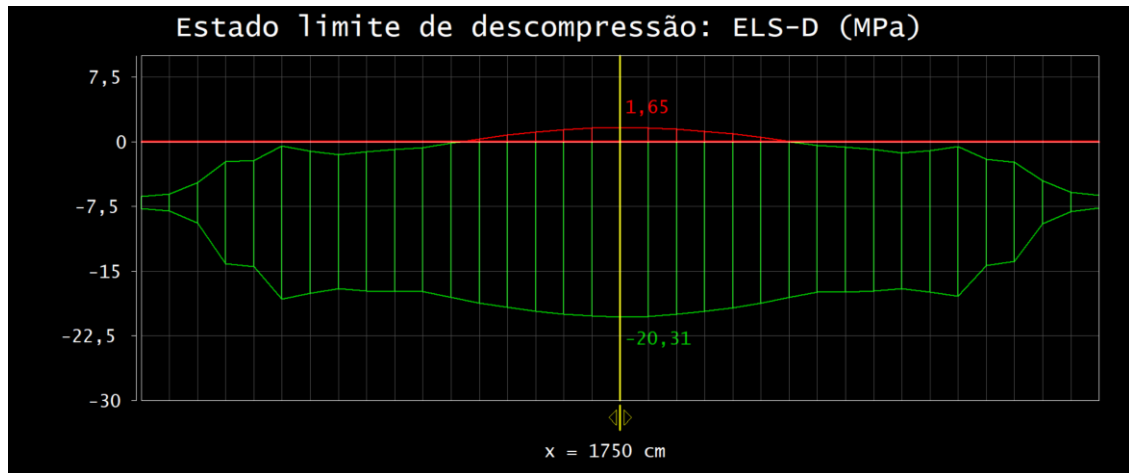


Fonte: Autor (2025)

Como pode-se observar o estado limite de fissuração pela NBR 6118:2014 foi ultrapassado pois o mesmo possui uma limitação de tensão de 2,7MPa na fibra mais tracionada e o resultado foi de 8,26 MPa. Já na fibra mais comprimida temos uma tensão de -27,12 MPa.

Para ELS-D foi obtido um resultado onde a tensão ultrapassa a tensão limite de 0 MPa, visto que esse estado limite não permite tensões de tração, no resultado pelo V-PRO foi ultrapassado em 1,65 MPa. Na fibra mais comprimida o valor de -20,31 MPa.

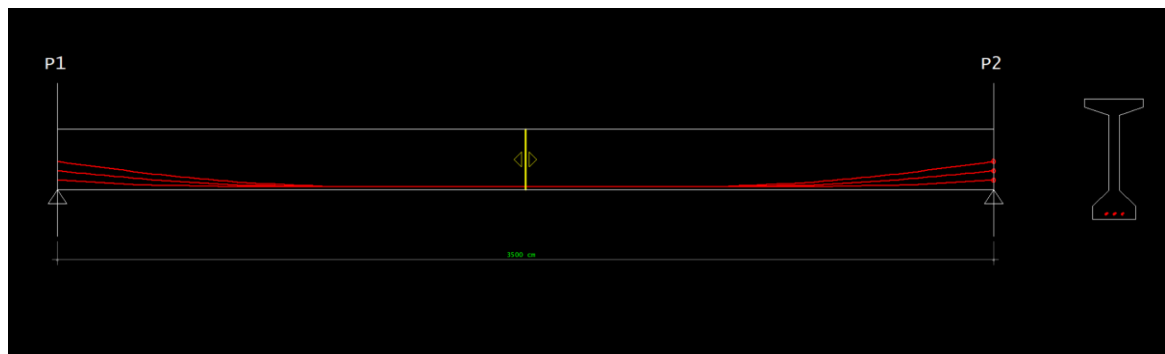
Figura 69 – Verificação no ELS-D no V-PRO



Fonte: Autor (2025)

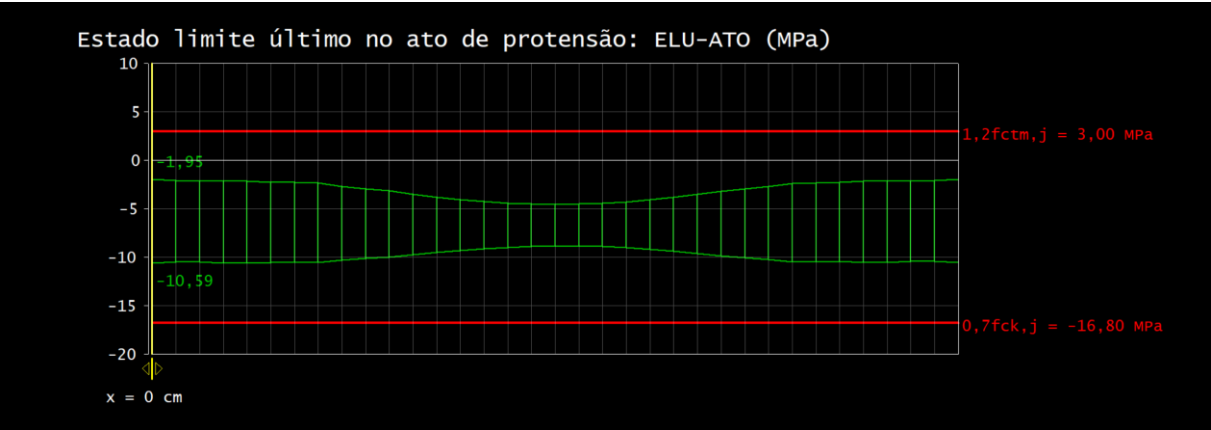
Para o Estado limite ultimo no ato (ELU-ATO) o processo de obtenção dos resultados foi um pouco diferente, visto que no ato da protensão apenas 3 cabos são protendidos, o V-PRO não consegue distinguir essas etapas de protensão, para isso foi modelado a mesma viga apenas com 3 cabos o C3, C4 e C5, obtendo-se os seguintes resultados:

Figura 70 – Viga longarinhas com 3 cabos no ato de protensão



Fonte: Autor (2025)

Figura 71 – Verificação no ELU-ATO no V-PRO



Fonte: Autor (2025)

No ato da protensão a configuração proposta com 3 cabos de 10 cordoalhas CP-190 RB está dentro dos limites obtendo um resultado na fibra menos comprimida de -1.95 MPa que é menor que o limite de 3MPa e na fibra mais comprimida de -10.59 MPa sendo menor que o limite de -16.80 MPa

Quadro 1 – resumo das tensões no V-PRO em (MPa)

	ELS-F	ELS-D	ELU-ATO
Fibra menos comprimida	+8.26	+1.65	-1.95
Fibra mais comprimida	-27.12	-20.31	-10.59

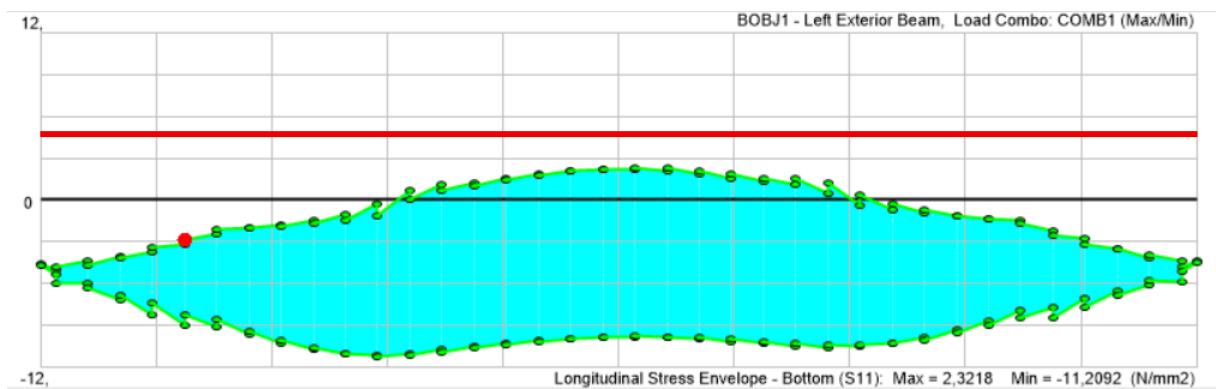
Fonte: Autor (2025)

4.1.2. Resultados obtidos no CSI bridge:

4.1.2.1. Pela CEB-FIP 1990

Para o ELS-F foram obtidos os seguintes resultados:

Figura 72 – Verificação no ELS-F no CSI (CEB-FIP 1990)

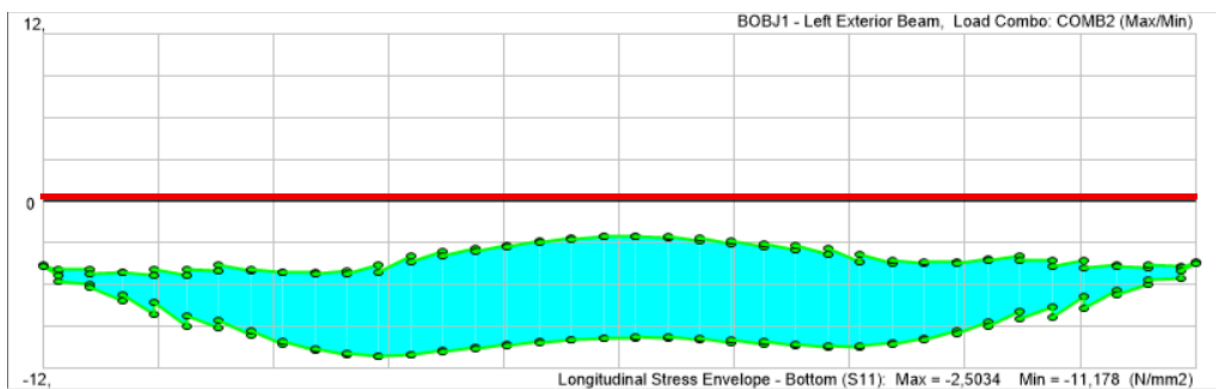


Fonte: Autor (2025)

Como a tensão máx. na fibra menos comprimida de 2.32 MPa está menor que o limite de 2.7MPa está ok para verificação no ELS-F. Já na fibra mais comprimida possui um valor min de -11.21MPa

Agora para o ELS-D foram obtidos os seguintes resultados:

Figura 73 – Verificação no ELS-D no CSI (CEB-FIP 1990)

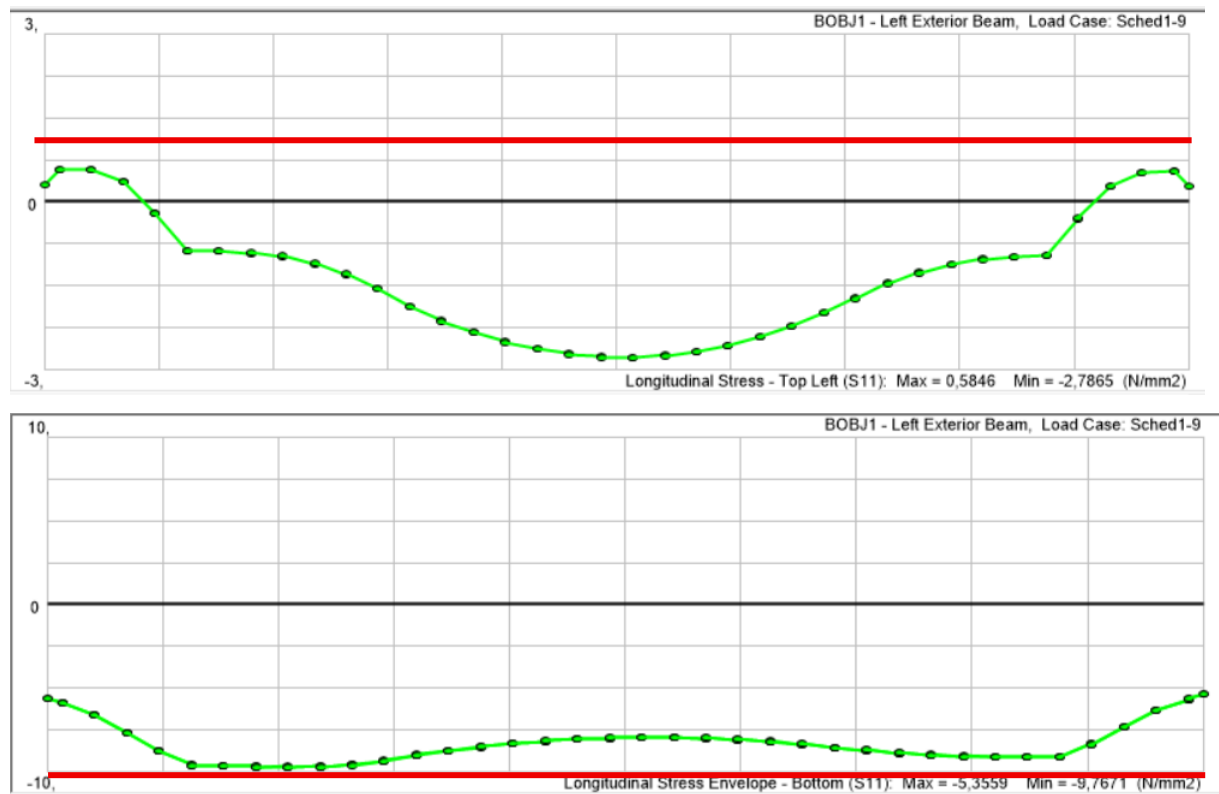


Fonte: Autor (2025)

Para o ELS-D a tensão máx. na fibra menos comprimida é de -2.50 MPa $< \sigma_c = 0$ MPa, logo para o ELS-D está tudo. Na fibra mais comprimida possui um valor min de -11.19MPa.

Para o ELU-ATO como o CSI separa a tensão no topo e na base em dois gráficos temos o primeiro gráfico com a tensão no topo máx. de 0,58MPa que é menor que limite de 3MPa e o segundo caso que é a tensão na base da viga com o valor min de -9,77MPa que é menor que o mínimo de -16,8MPa, estando tudo ok para verificação do ELU-ATO

Figura 74 – Verificação no ELU-ATO no CSI (CEB-FIP 1990)

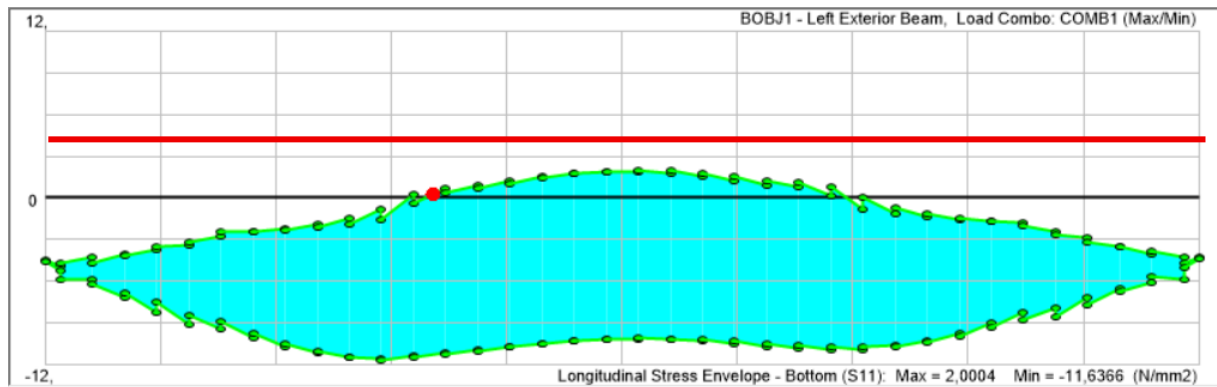


Fonte: Autor (2025)

4.1.2.2. Pela CEB-FIP 2010

Para o ELS-F foram obtidos os seguintes resultados:

Figura 75 – Verificação no ELS-F no CSI (CEB-FIP 2010)

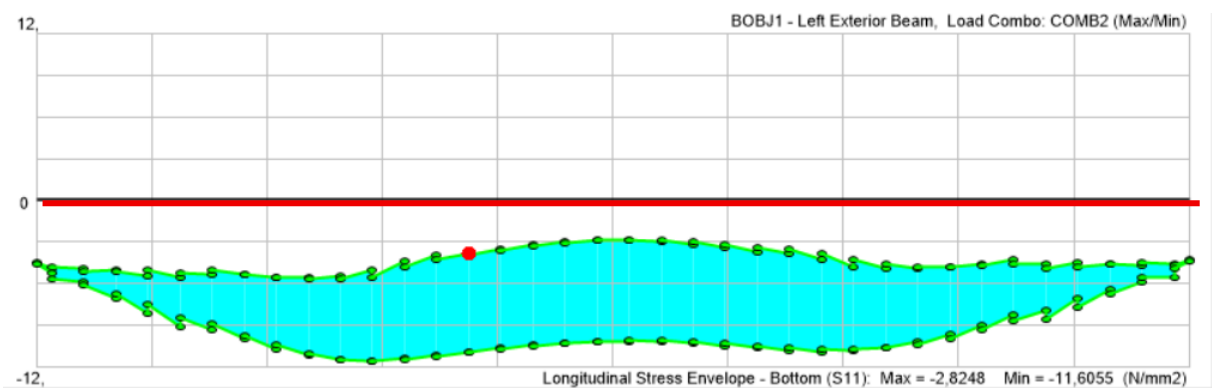


Fonte: Autor (2025)

Com uma tensão máx. na fibra menos comprimida de 2.04 MPa < 2.7 MPa ok e para a fibra mais comprimida a tensão min de -11.64 MPa

Para o ELS-D foram obtidos os seguintes resultados:

Figura 76 – Verificação no ELS-D no CSI (CEB-FIP 2010)

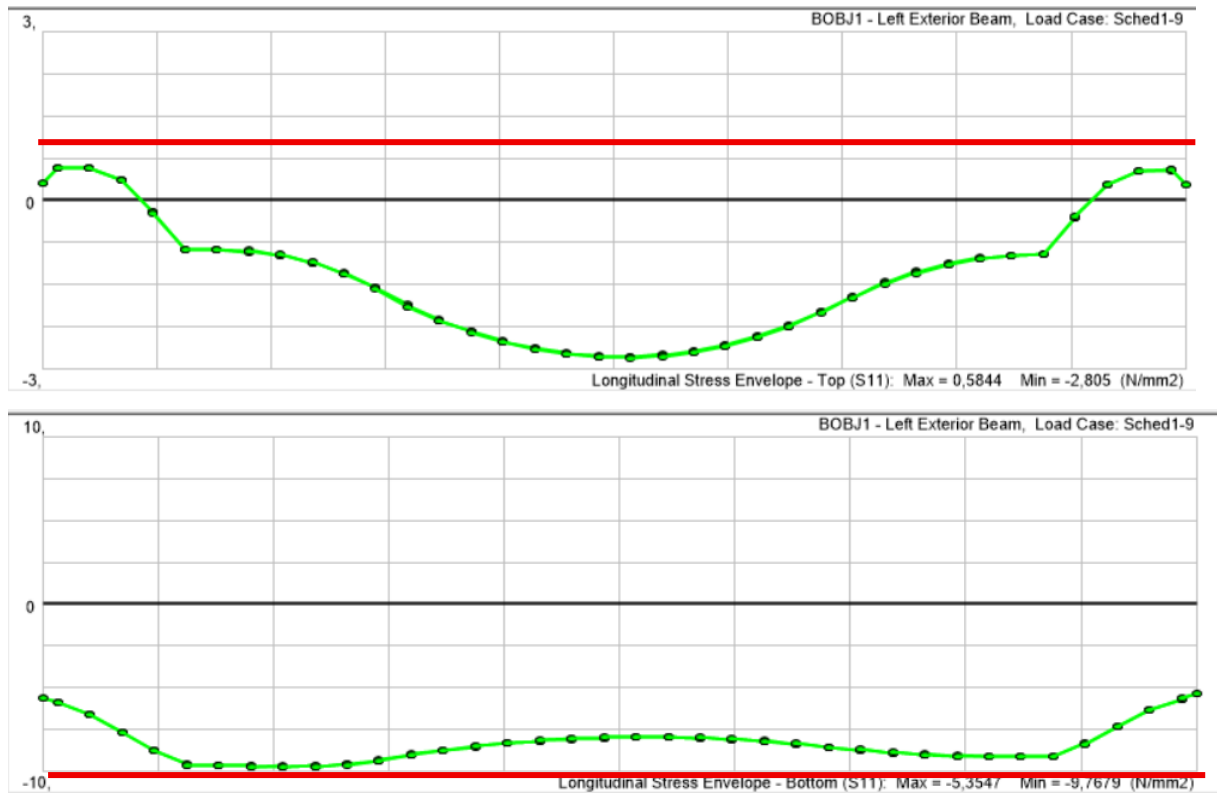


Fonte: Autor (2025)

Para o ELS-D a tensão na fibra menos comprimida foi de -2.82 MPa < $\sigma_c = 0$ MPa estando ok para a verificação no e ELS-D. Para a fibra mais comprimida e tensão min foi de -11,60 MPa.

Por fim, para ELU-ATO foram obtidos os seguintes resultados:

Figura 77 – Verificação no ELU-ATO no CSI (CEB-FIP 2010)



Fonte: Autor (2025)

Da mesma forma ambos os gráficos estão dentro dos limites na fibra menos comprimida com a tensão min de 0,58 MPa < 3MPa e na fibra mais comprimida com a tensão de -9,77MPa < -16,8 MPa na fibra mais comprimida, estando tudo Ok para o ELU-ATO.

Quadro 2– Quadro resumo das tensões no CSI Bridge ambas as normas em (MPa)

	Norma	ELS-F	ELS-D	ELU-ATO
CEB-FIP 1990	Fibra menos comprimida	+2.32	+2.50	+0.58
	Fibra mais comprimida	-11.21	-11.19	-9.77
CEB-FIP 2010	Fibra menos comprimida	+2.04	-2.82	+0.58
	Fibra mais comprimida	-11.84	-11.60	-9.77

Fonte: Autor (2025)

4.2. Análise comparativa das perdas de protensão entre os modelos

Conforme evidenciado na avaliação do modelo, embora a estrutura tenha apresentado conformidade durante a transferência inicial da protensão (ELU-ATO) em ambos os softwares, surgiram divergências significativas na verificação em serviço (ELS) projetada para o tempo infinito. Uma vez que a geometria, os carregamentos externos e a Força Inicial Efetiva (P_0) foram rigorosamente equalizados na etapa de calibração, a diferença no balanço final de tensões na fibra inferior recai exclusivamente sobre a estimativa das perdas progressivas de protensão. Enquanto o V-PRO adota o Processo Aproximado preconizado pela ABNT NBR 6118 e utiliza os coeficientes de fluência e retração calculados conforme o Anexo A da norma, o CSI Bridge utiliza um método de integração numérica no tempo, utilizando os estágios de construção da ponte e aplicando os coeficientes de acordo com a evolução da construção da ponte fundamentado nas formulações reológicas do Model Code CEB-FIP. Para compreender o motivo da reprovação da longarina no modelo analítico no V-PRO em contraste com os resultados favoráveis do modelo numérico tridimensional do CSI, é necessária fazer uma análise comparativa aprofundada de como cada norma aplica as perdas de protensão.

4.2.1. Perdas Imediatas de Protensão

As perdas imediatas ocorrem no ato do tensionamento e transferência da força. Embora a física do problema seja universal, os coeficientes adotados variam.

4.2.1.1. Perda por Atrito (Pós-Tração)

Todas as três normas utilizam a equação clássica de Coulomb para descrever o decaimento exponencial da força ao longo do cabo devido ao atrito com a bainha. Equação Geral (NBR 6118, CEB-FIP 1990 e CEB-FIP 2010):

$$P(x) = P_i [1 - e^{-(\mu \Sigma \alpha + kx)}]$$

$\Sigma \alpha$ = é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x , expressa em radianos (rad.);

μ = é o coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha. Na falta de dados experimentais, pode ser estimado como a seguir (valores em 1/radianos):

k é o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo. Na falta

Análise Comparativa:

- **NBR 6118:** A norma sugere coeficientes em função do tipo de contato. Para fios lisos ou cordoalhas em bainhas metálicas, utilizou-se $\mu = 0,20$. O coeficiente de oscilação parasita é estipulado como $k = 0,01(m^{-1})$, na ausência de dados experimentais.
- **CEB-FIP 1990 / 2010:** Para o ambas as normas também se utilizaram o coeficiente $\mu = 0,2$.

Impacto: Ambos tendem a ter perdas por atrito semelhantes, pois utilizam os mesmos coeficientes

4.2.1.2. Módulo de Elasticidade e Encurtamento Elástico

A perda por encurtamento elástico $\Delta\sigma_p$ depende da relação modular $n = E_s/E_{ci}$. A diferença crucial está na formulação da rigidez do concreto E_{ci}

- **ABNT NBR 6118:** Baseia-se na raiz quadrada da resistência e dá grande peso à mineralogia do agregado

$$E_{ci} = \alpha E * 5600 * \sqrt{f_{ck}}$$

$$E_{ci} = 1,2 * 5600 * \sqrt{35} = 39756,06 \text{ MPa ou } 39,76 \text{ GPa}$$

(Para Basalto/Diabásio: $\alpha E = 1,2$).

- **CEB-FIP 1990 / 2010:** Adotam correlação baseada na raiz cúbica.

$$E_{ci} = E_{c0} * \alpha E * \sqrt[3]{\frac{f_{ck} + \Delta f}{10}} \text{ onde } \Delta f = 8 \text{ MPa e } E_{c0} = 21500 \text{ MPa}$$

$$E_{ci} = 21500 * 1,2 * \sqrt[3]{\frac{35 + 8}{10}} = 41954,24 \text{ MPa ou } 41,95 \text{ GPa}$$

Impacto: Considerando o concreto da longarina $f_{ck} = 35$ MPa e agregado basáltico com $\alpha E = 1,2$), as normas atribuem rigidezes iniciais distintas à estrutura. Pela ABNT NBR 6118:2014, o módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) é de aproximadamente 39.756 MPa. Já pelo CEB-FIP, o módulo é mais elevado, atingindo 41.951 MPa.

Como o modelo numérico do CSI Bridge considera o material cerca de 5,5% mais rígido no instante da protensão, a viga sofre um menor encurtamento elástico ao ser

comprimida. Isto atenua a perda imediata de tensão nos cabos, justificando a diferença na Força Inicial de protensão observada entre os dois softwares.

4.2.1.3. Perda por Encunhamento (Acomodação da Ancoragem)

A perda por encunhamento ocorre no momento em que o macaco hidráulico é liberado e as cunhas de ancoragem recuam para travar a cordoalha. Trata-se de um fenômeno estritamente geométrico e elástico. A formulação baseia-se na Lei de Hooke, onde o recuo total da cunha (Δl , usualmente 6 mm) deve ser igual à integral da variação de deformação do cabo ao longo do "comprimento de influência" (L_{inf}):

$$\Delta l = \int_0^{L_{inf}} \frac{\Delta P(x)}{A_p * E_p} dx$$

Impacto: Não há divergência teórica entre a ABNT NBR 6118, o CEB-FIP 1990 e o CEB-FIP 2010 quanto à física do encunhamento. No entanto, a divergência de resultados surge de forma indireta. Como o comprimento de influência (L_{inf}) é determinado pela inclinação do diagrama de perdas por atrito, a diferença nos coeficientes de atrito (μ) afeta o encunhamento, entretanto ambos os softwares usam a o recuo ($\Delta l = 6$ mm), logo com o mesmo parâmetro ambas as perdas tendem a serem iguais.

4.2.2. Perdas Progressivas (Diferidas)

Nas perdas progressivas são as perdas onde apresentam maiores divergências metodológicas. A NBR 6118 e o CEB FIP-1990 tratam os fenômenos reológicos de forma global, enquanto o CEB FIP-2010 separa os componentes físicos.

4.2.2.1. Retração do Concreto

A retração é a redução de volume do concreto independente de carga.

- **Modelo da NBR 6118:2014**

A norma brasileira adota um modelo macroscópico global. A deformação total por retração é calculada como um valor único, que agrupa todos os efeitos físicos e químicos, sendo fortemente dependente da umidade relativa do ambiente e da espessura fictícia da peça. A equação principal é dada por:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs\infty} * \beta_s(t)$$

Onde $\varepsilon_{cs\infty}$ é o valor final da retração e $\beta_s(t)$ é a função que descreve o desenvolvimento da retração ao longo do tempo.

No V-PRO foi inserido o seguinte valor para o coeficiente de retração de -0,383‰

Figura 78 – Coeficiente de retração inseridos no V-PRO

COEFICIENTES DE FLUÊNCIA E RETRAÇÃO

Arquivo Relatório Sobre

Dados iniciais

Seção da peça (m²): 0,8952	Slump do concreto (cm): 9	Módulo elasticidade aço (GPa): 200
Perímetro em contato com o ar (m): 6,196	Tipo do cimento: CP-V - ARI	Idade do concreto (t0): 3
Umidade relativa do ar (%): 50	Fck (MPa): 35	Idade do concreto (t): 10000
Temperatura média (°C): 22	Coefficiente αE: 1,00	Tensão inicial - σpi (MPa): 1402

Limpar

Calcular

Resultados

Espessura fictícia: 30,653 cm

Idade fictícia para fluência em 3 dias: 9,6 dias

Idade fictícia para fluência em 10000 dias: 32000 dias

Idade fictícia para retração em 3 dias: 3,2 dias

O coeficiente de fluência é: 3,748

O coeficiente de retração é: -0,000383

A relaxação do aço é: 6,939 %

Fonte: Autor (2025)

- **Modelo (CEB-FIP 1990):**

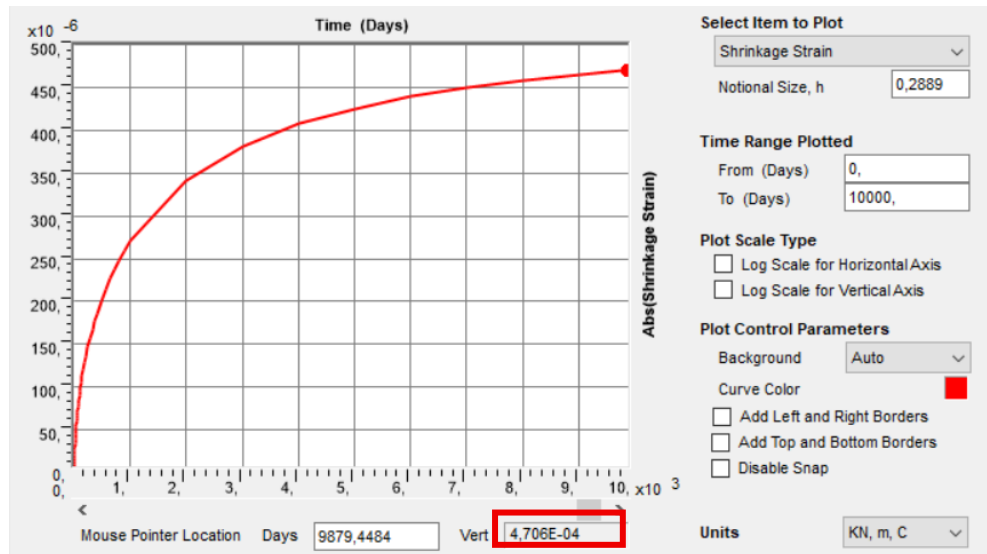
Na CEB-FIP 1990 utiliza uma abordagem global semelhante à norma brasileira, calculando a retração por meio de um coeficiente único. No entanto, difere na calibração dos seus parâmetros base, os quais foram ajustados para os cimentos e agregados europeus da época. A formulação básica é expressa por::

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cs\infty} * \beta_s(t - t_s)$$

Onde $\varepsilon_{cs\infty}$ é o coeficiente básico de retração e $\beta_s(t - t_s)$ é a função temporal contabilizada a partir do fim da cura do concreto (t_s).

No CSI Bridge como é feito por integração na curva de acordo com os estágio de protensão, o valor pode mudar com o tempo então para o tempo máximo no final de todo o processo é de 0,476‰

Figura 79 – Curva do coeficiente de retração do CSI Bridge pela CEB-FIP 1990



Fonte: Autor (2025)

- **Modelo (CEB-FIP 2010):**

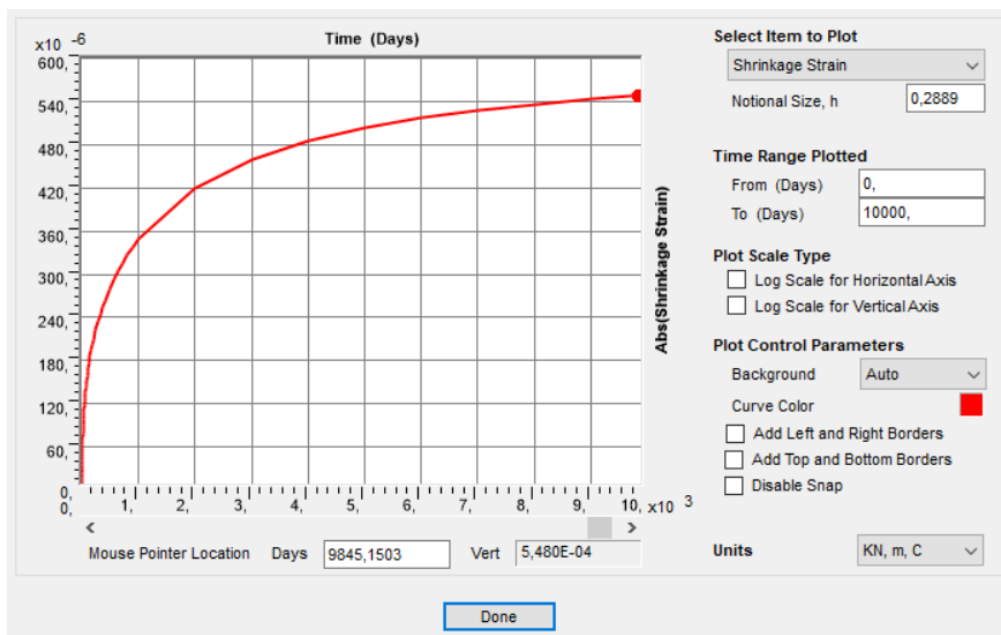
Já para norma mais recente o coeficiente de retração sofreu uma variação separando a retração total em duas parcelas de naturezas físicas independentes: a retração autógena (química, que ocorre nas primeiras idades sem troca de umidade) e a retração por secagem (física, associada à perda de água capilar para o ambiente). A equação passa a ser aditiva:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s)$$

Retração Autógena (ε_{cas}): Ocorre pela auto dessecação química. Desenvolve-se rapidamente nos primeiros dias.

Retração por Secagem (ε_{cds}): Associada à perda de água para o ambiente.

Figura 80 – Curva do coeficiente de retração do CSI Bridge pela CEB-FIP 2010



Fonte: Autor (2025)

Para a CEB-FIP 2010 o coeficiente de retração no fim de todo o processo é de 0,548‰.

Impacto: A adoção destas diferentes bases teóricas para a retração do concreto gera impactos diretos na velocidade com que a viga perde tensão nas primeiras idades.

No software CSI Bridge, a utilização do modelo do CEB-FIP 2010 isola a retração autógena. Como esse fenômeno químico ocorre de forma acelerada nos primeiros dias após a concretagem (independentemente da secagem ao ar livre), o programa numérico antecipa uma parcela expressiva do encurtamento da viga logo após a protensão. Visualmente, isso traduz-se em uma queda mais abrupta da força de protensão nas etapas iniciais da construção da ponte.

Em contrapartida, embora o Anexo A da NBR 6118 diferencie a retração autógena da retração por secagem, o software V-PRO utiliza uma entrada simplificada que trata a retração como um fenômeno global diluído ao longo do tempo. Por conta dessa limitação da ferramenta, o modelo analítico não apresenta o salto inicial tão severo, projetando uma perda de tensão por retração mais diluída e progressiva ao longo dos meses e anos.

4.2.2.2. Fluência do Concreto (φ)

A fluência é o aumento contínuo da deformação do concreto sob tensão constante ao longo do tempo. A principal divergência entre as normas está na forma como esse fenômeno é agrupado ou separado.

- **Modelo NBR 6118:2014:** A norma brasileira não adota um modelo unificado para a fluência. O seu Anexo A estabelece que o coeficiente de fluência total (φ) deve ser calculado pela soma de três deformações com desenvolvimentos temporais distintos:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d$$

φ_a : Coeficiente de deformação rápida (ocorre nas primeiras 24 horas).

φ_f : Coeficiente de deformação lenta irreversível (fluência plástica).

φ_d : Coeficiente de deformação lenta reversível (fluência elástica retardada).

Figura 81 – Coeficiente de fluência inseridos no V-PRO

COEFICIENTES DE FLUÊNCIA E RETRAÇÃO

Arquivo Relatório Sobre

Dados iniciais

Seção da peça (m²): 0,8952	Slump do concreto (cm): 9	Módulo elasticidade aço (GPa): 200
Perímetro em contato com o ar (m): 6,196	Tipo do cimento: CP-V - ARI	Idade do concreto (t0): 3
Umidade relativa do ar (%): 50	Fck (MPa): 35	Idade do concreto (t): 10000
Temperatura média (°C): 22	Coefficiente αE : 1,00	Tensão inicial - σ_{pi} (MPa): 1402

Limpar

Calcular

Resultados

Espessura fictícia: 30,653 cm

Idade fictícia para fluência em 3 dias: 9,6 dias

Idade fictícia para fluência em 10000 dias: 32000 dias

Idade fictícia para retração em 3 dias: 3,2 dias

O coeficiente de fluência é: 3,748

O coeficiente de retração é: -0,000383

A relaxação do aço é: 6,939 %

Fonte: Autor (2025)

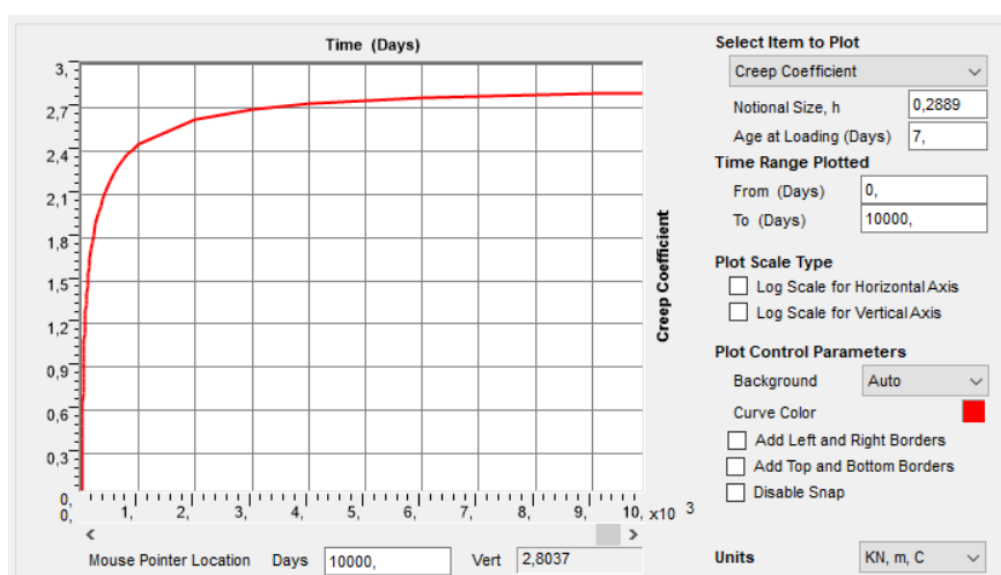
Para o coeficiente de fluência calculados pelo anexo A da NBR, foi obtido o seguinte valor 3.748.

- **Modelo (CEB-FIP 1990):** O Model Code-90 agrupa o comportamento viscoelástico através de uma formulação unificada, não explicitando as três parcelas adotadas pela NBR 6118. O coeficiente é determinado por um valor básico multiplicado por uma curva de desenvolvimento no tempo:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 * \beta_c(t - t_0)$$

Onde φ_0 é o coeficiente básico de fluência e o $\beta_c(t - t_0)$ é a função que descreve a evolução da fluência após a aplicação da carga no tempo t_0 .

Figura 82 – Curva do coeficiente de retração do CSI Bridge pela CEB-FIP 1990



Fonte: Autor (2025)

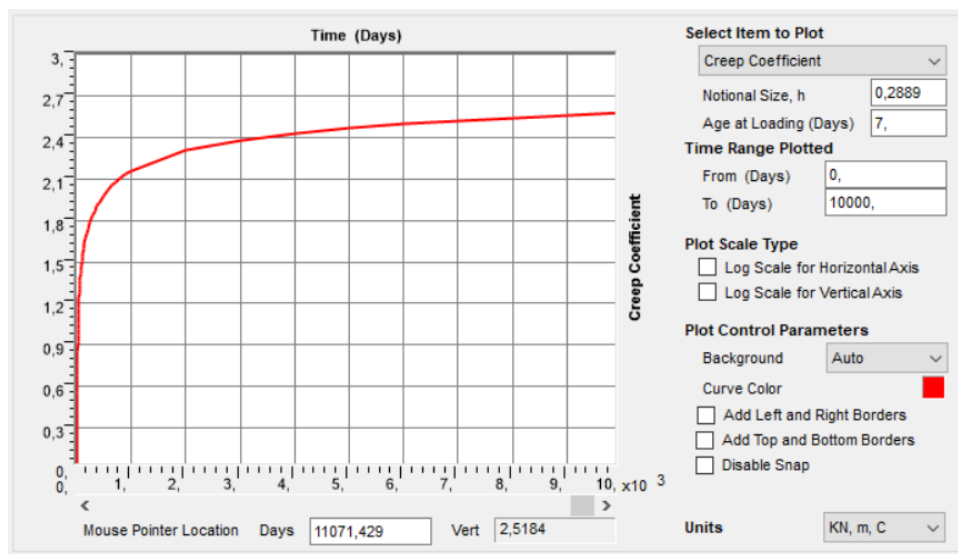
O coeficiente de fluência final para a CEB-FIP 1990 obtido através da curva é de 2,8037.

- **Modelo (CEB-FIP 1990):** Acompanhando a mesma lógica adotada para a retração, o Model Code-2010 separa a fluência com base na interação do concreto com o ambiente externo, dividindo o fenômeno em duas parcelas independentes:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{bc}(t, t_0) + \varphi_{dc}(t, t_0)$$

Onde φ_{bc} representa a fluência básica (que ocorre sem troca de umidade com o exterior) e o φ_{dc} representa a fluência de secagem (fenômeno ativado pela migração de umidade da peça para o ambiente).

Figura 83 – Curva do coeficiente de retração do CSI Bridge pela CEB-FIP 2010



Fonte: Autor (2025)

O coeficiente de fluência final para a CEB-FIP 2010 obtido através da curva é de 2,5184.

Impacto: Enquanto a retração afeta drasticamente as primeiras idades, é a fluência a principal responsável pelas divergências estruturais no tempo infinito ($t = 35$ anos).

O modelo analítico do V-PRO, fundamentado no Anexo A da ABNT NBR 6118, exige o somatório rigoroso de três deformações contínuas $\varphi_a + \varphi_f + \varphi_d$. Esta sobreposição matemática resulta em uma curva de desenvolvimento temporal severa, que acumula deformações viscoelásticas de forma contínua e expressiva ao longo de toda a vida útil da obra. Ao final de 35 anos, a viga encurta significativamente mais, subtraindo uma grande magnitude de tensão dos cabos de protensão.

Por outro lado, o CSI Bridge, operando sob o CEB-FIP 2010, isola a fluência básica da fluência de secagem. Embora possa apresentar uma deformação inicial relevante dependendo do cimento utilizado, o modelo europeu tende a estabilizar a sua curva assintótica mais cedo e com valores globais inferiores aos da norma brasileira.

4.2.2.3. Relaxação da Armadura ($\Delta\sigma_{pr}$)

A perda de tensão sob comprimento constante (relaxação pura) é descrita de forma similar nas três normas, mas a divergência ocorre na interação entre o aço e o concreto. Como o concreto encurta ao longo do tempo, a tensão no aço é aliviada, reduzindo a taxa de relaxação.

- **Modelo (ABNT NBR 6118:2014):** A norma brasileira simplifica o processo por aproximação (Seção 9.6.3.4.2). Em vez de exigir integrações numéricas no tempo, a NBR 6118 computa o alívio gerado pelo concreto de perdas progressivas totais:

$$\Delta\sigma_{p,\infty} = \frac{\Delta\sigma_{pr} + \varepsilon_{cs}E_p + \alpha_p\varphi\sigma_{c,p0}}{1 + \alpha_p\frac{A_p}{A_c}\left(1 + \frac{\varepsilon_p^2}{i^2}\right)(1 + \chi\varphi)}$$

Figura 84 – Coeficiente de relaxação do aço inseridos no V-PRO

COEFICIENTES DE FLUÊNCIA E RETRAÇÃO

Arquivo Relatório Sobre

Dados iniciais

Seção da peça (m²): 0.8952	Slump do concreto (cm): 9	Módulo elasticidade aço (GPa): 200
Perímetro em contato com o ar (m): 6.196	Tipo do cimento: CP-V - ARI	Idade do concreto (t0): 3
Umidade relativa do ar (%): 50	Fck (MPa): 35	Idade do concreto (t): 10000
Temperatura média (°C): 22	Coefficiente αE: 1.00	Tensão inicial - σpi (MPa): 1402

Limpar

Calcular

Resultados

Espessura fictícia: 30,653 cm

Idade fictícia para fluência em 3 dias: 9,6 dias

Idade fictícia para fluência em 10000 dias: 32000 dias

Idade fictícia para retração em 3 dias: 3,2 dias

O coeficiente de fluência é: 3,748

O coeficiente de retração é: -0,000383

A relaxação do aço é: 6,939 %

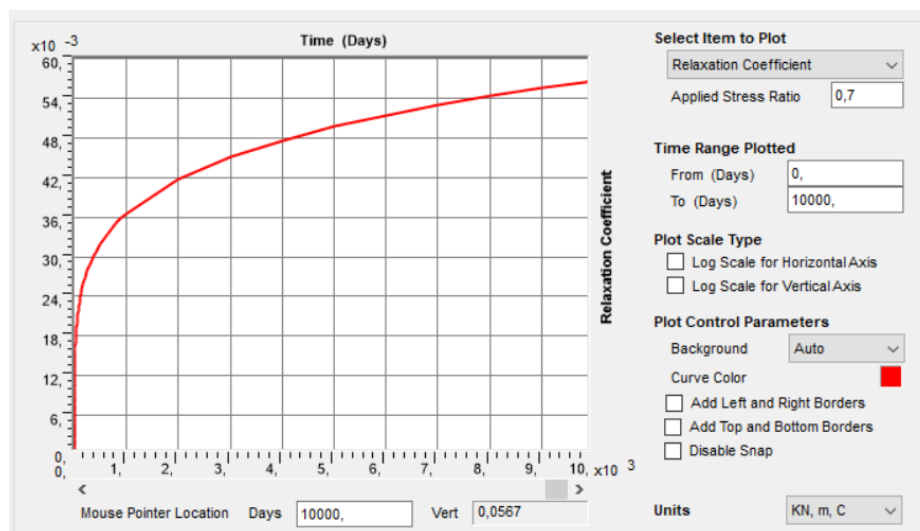
Fonte: Autor (2025)

Pela a NBR o resultado da relaxação é de 6.939%.

- **Modelo (CEB-FIP 1990 e CEB-FIP 2010):** Diferentemente da abordagem focada no método simplificado da NBR, os Códigos Modelo Europeus (tanto o de 1990 quanto o de 2010) estabelecem como método geral o cálculo rigoroso por integração ao longo do tempo. Em softwares de elementos finitos como o CSI Bridge, a equação diferencial da

relaxação é integrada de forma iterativa ($\int \sigma_{pr} dt$), recalculando a tensão efetiva do aço a cada pequeno incremento de tempo

Figura 85 – Curva do relaxação do aço no CSI Bridge pela CEB-FIP 1990 e CEB-FIP 2010



Fonte: Autor (2025)

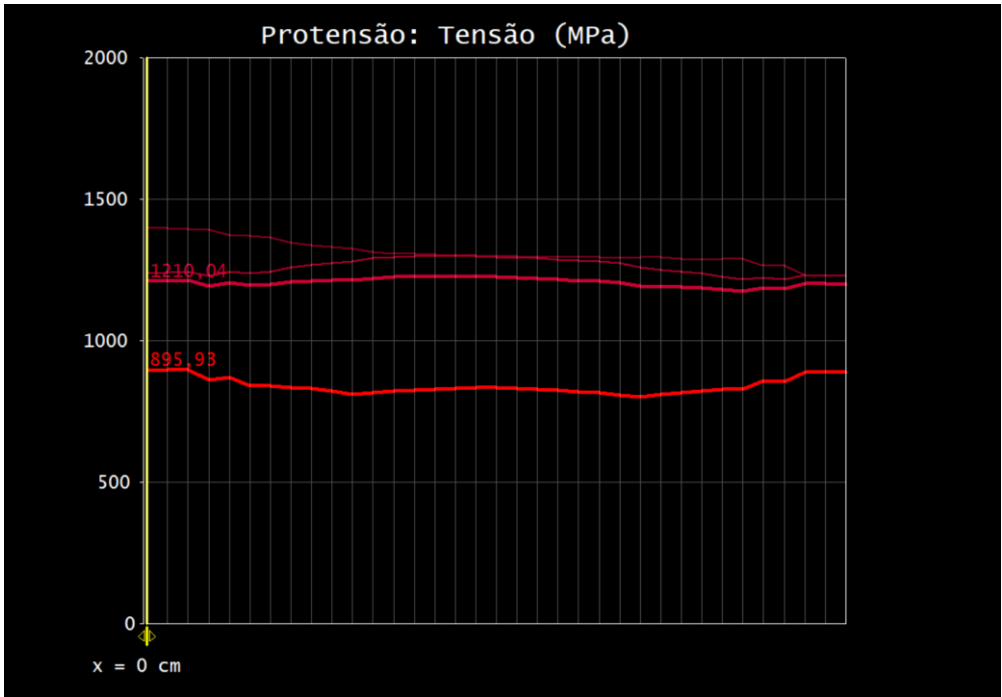
Pela a CEB-FIP o resultado da relaxação é de 5.67%.

Impacto: O CSI Bridge (CEB-FIP) realiza uma análise iterativa com integrações numéricas passo a passo no tempo: à medida que o concreto encurta, a tensão no cabo diminui, o que reduz a relaxação real do aço. Em contraste, o V-PRO baseado nas formulações globais da NBR 6118 para o tempo infinito adota uma aproximação algébrica conservadora, não detalhando o alívio de tensão iterativo com a mesma precisão temporal. Essa superestimativa da norma brasileira, somada às severas perdas por fluência e retração, esgota a força residual (P_{∞}) do cabo, culminando na reprovação da viga.

4.2.2.4. Resumo das perdas

As perdas de protensão imediatas e diferidas obtidas graficamente entre os dois softwares, traz os seguintes resultados:

Figura 86 – Gráfico de perdas de protensão no V-PRO

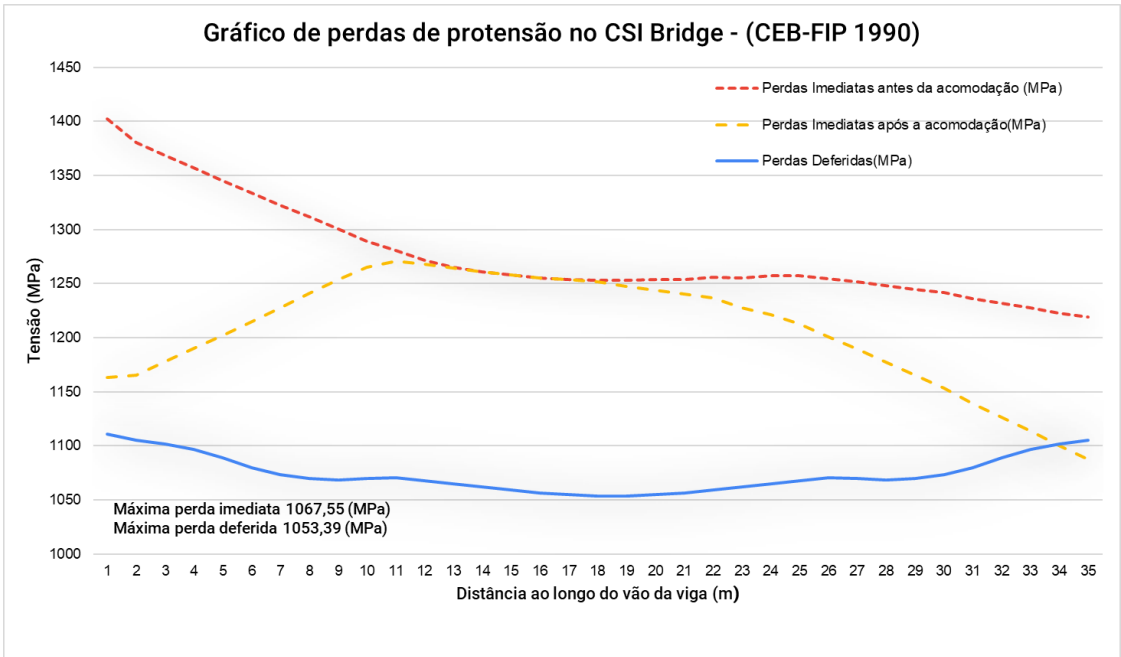


Fonte: Autor (2025)

Máxima perda imediata = 1175,55 MPa

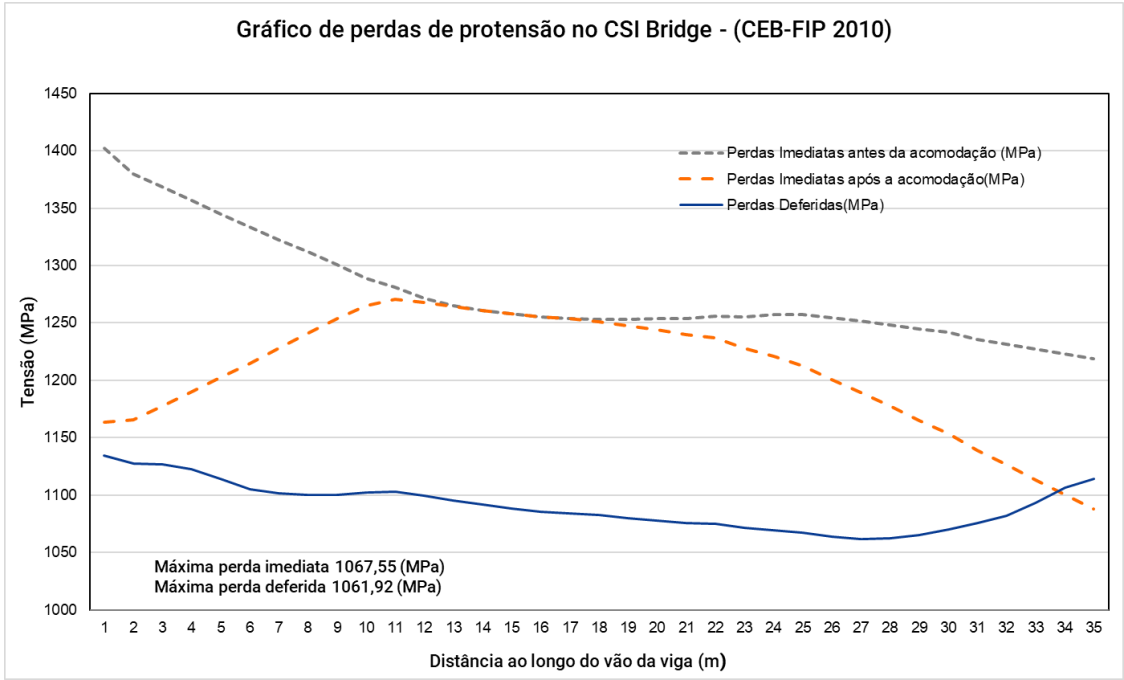
Máxima perda diferida = 801,15 MPa

Figura 87 – Gráfico de perdas de protensão no CSI Bridge (CEB-FIP 1990)



Fonte: Autor (2025)

Figura 88 – Gráfico de perdas de protensão no CSI Bridge (CEB-FIP 2010)



Fonte: Autor (2025)

Tomando os resultados do V-PRO como referência a diferença percentual entre os resultados obtidos graficamente pelo ponto mais crítico é:

Quadro 3 – Quadro resumo das diferenças percentuais das perdas de protensão

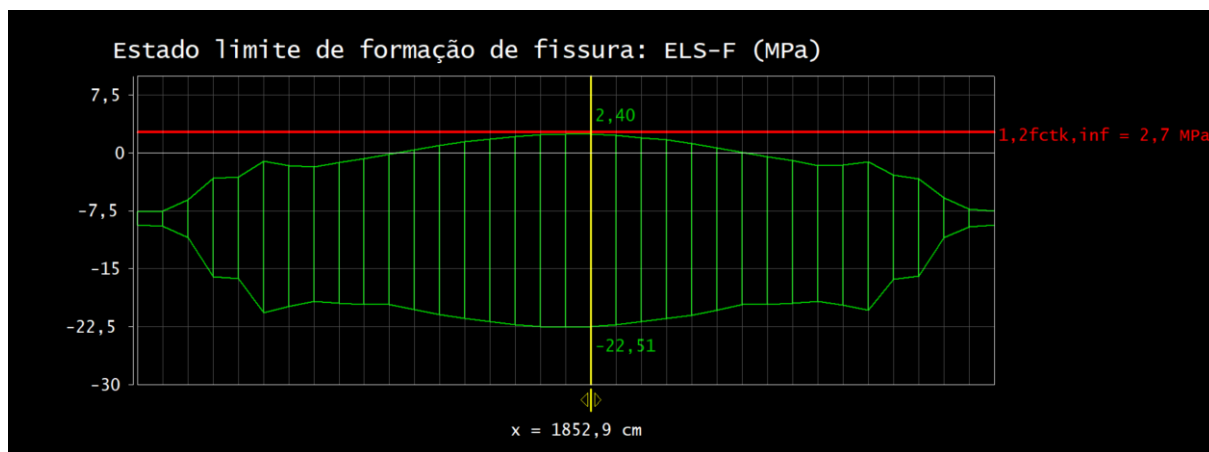
	V-PRO x CEB FIP 1990 (%)	V-PRO x CEB FIP 2010 (%)
Máxima perda imediata	-9,19%	-9,19%
Máxima perda diferida	+31,48%	+32,55%

Fonte: Autor (2025)

4.3. Análise do modelo final (arranjo com 13 cordoalhas)

Como o arranjo inicial reprovou a longarina, após alguns testes verificou-se que o cabo com 13 cordoalhas atendia o projeto dentro de todos os critérios da norma brasileira NBR 6118:2014. Para o ELS-D foram obtidos os seguintes resultados:

Figura 89 – Verificação no ELS-F no V-PRO

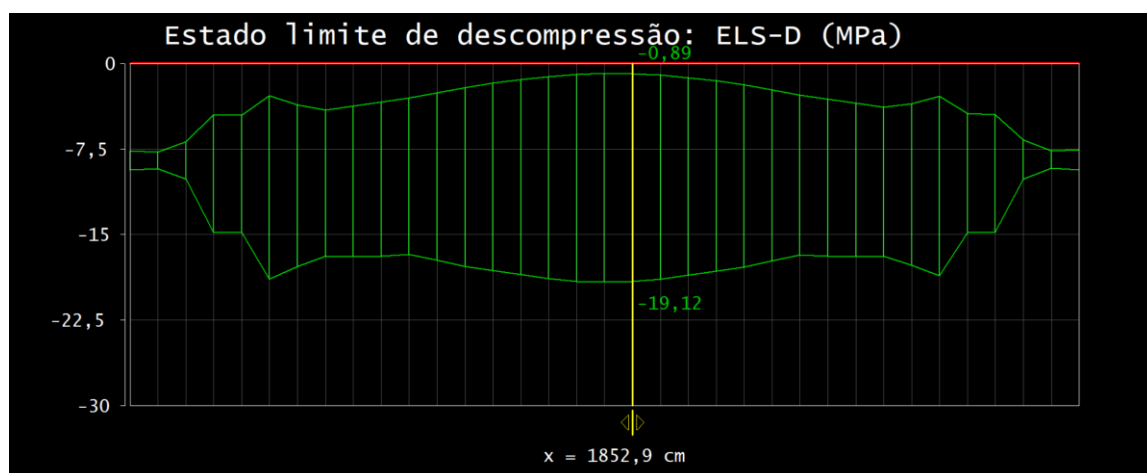


Fonte: Autor (2025)

A tensão na fibra menos comprimida foi de $2,4 \text{ MPa} < 2,7 \text{ MPa}$, estando menor que o limite e Ok para verificação no ELS-F.

Para o ELS-D a tensão na fibra menos comprimida foi de $-0,89 \text{ MPa} < 0 \text{ MPa}$, também sendo aprovada o ELS-D.

Figura 90 – Verificação no ELS-D no V-PRO

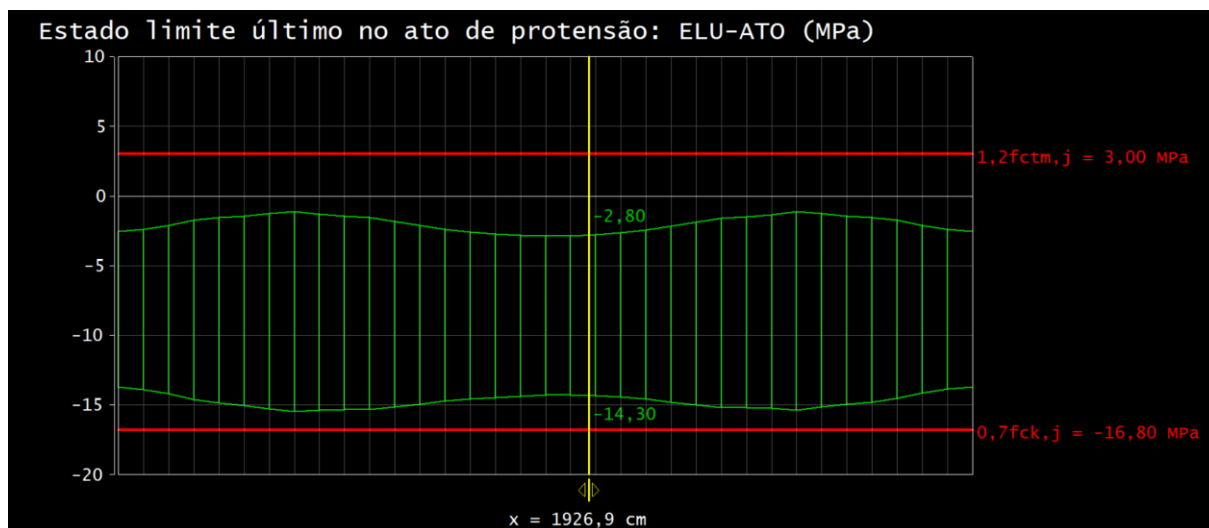


Fonte: Autor (2025)

Por último para o ELU-ATO, foi utilizado o mesmo critério que na primeira verificação, utilizando apenas 3 cabos no ato da protensão com 13 cordoalhas cada cabo, diferente do gráfico

inicial o gráfico do ELU-ATO ficou mais dos limites, devido a maior força de protensão, no entanto a verificação também está dentro dos limites normativos que : para a fibra menos comprimida $-2,80 \text{ MPa} < 3 \text{ MPa}$ e para fibra mais comprimida $-14,30 \text{ MPa} < -16,80 \text{ MPa}$.

Figura 91 – Verificação no ELU-ATO no V-PRO



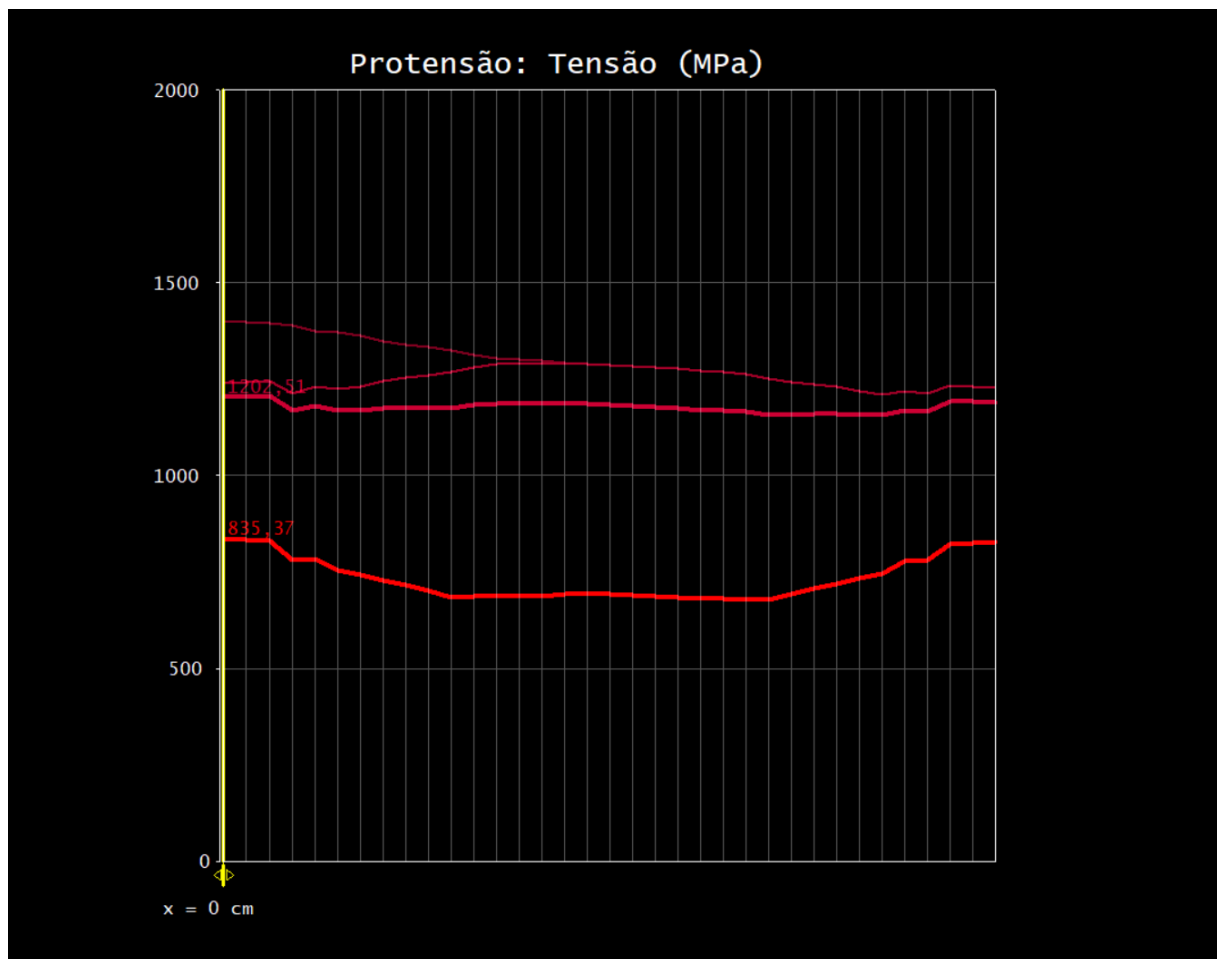
Fonte: Autor (2025)

Quadro 4– Quadro resumo das tensões no V-PRO em (MPa)

	ELS-F	ELS-D	ELU-ATO
Fibra menos comprimida	+2.40	-0.89	-1.32
Fibra mais comprimida	-22.51	-19.19	-15.37

Após as verificações de segurança foi obtido o seguinte gráfico de perdas de protensão para o arranjo com 13 cordoalhas por cabo

Figura 92 – Gráfico de perdas de protensão no V-PRO



Fonte: Autor (2025)

Máxima perda imediata = 1157,83 MPa

Máxima perda diferida = 677,08 MPa

5. CONCLUSÃO

A análise comparativa entre o método analítico da ABNT NBR 6118 (V-PRO) e a modelagem numérica pelo CEB-FIP (CSI Bridge) revelou que o dimensionamento de estruturas de grande porte é fortemente influenciado pelo conservadorismo das normas vigentes e pelas diferentes considerações internas dos modelos. O ponto de maior impacto neste estudo foi a necessidade de readequar o arranjo da viga de 10 para 13 cordoalhas por cabo para que o modelo fosse aprovado no software nacional. Esse acréscimo de 30% no consumo de aço não decorre de uma fragilidade estrutural da peça, mas sim de uma exigência matemática para compensar as penalidades normativas brasileiras no cálculo das perdas de protensão ao longo do tempo.

A divergência nos resultados inicia-se já no ato da protensão, devido ao cálculo do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}). Enquanto o CEB-FIP adota uma formulação que resulta em um concreto mais rígido para altas resistências, a NBR 6118 estima uma rigidez inferior. Fisicamente, isso faz com que o V-PRO preveja um esmagamento elástico maior da viga no primeiro dia, subtraindo precocemente uma parcela considerável da força útil dos cabos. Esse efeito é agravado pelas perdas diferidas (fluência e retração), onde a norma brasileira acumula deformações reológicas de maneira muito mais severa e contínua do que as curvas de estabilização das normas europeias.

Outro fator determinante para o superdimensionamento no V-PRO é o tratamento da relaxação do aço. O CSI Bridge utiliza um refinamento de integração acoplada no tempo, onde o encurtamento gradual do concreto alivia a tensão nas cordoalhas, reduzindo a perda real por relaxação. Já a metodologia simplificada adotada no V-PRO calcula essa perda de forma isolada e baseada na tensão máxima inicial, resultando em uma queda de força residual (P_{oo}) muito mais drástica no tempo infinito.

Conclui-se, portanto, que a aprovação da viga com 10 cordoalhas no CSI Bridge demonstra que a estrutura possui reservas de segurança adequadas sob uma análise numérica refinada. No entanto, o projetista que utiliza ferramentas baseadas estritamente na NBR 6118 é levado a um superdimensionamento para satisfazer requisitos de serviço (ELS) que são calculados de forma conservadora e desacoplada. Esse cenário evidencia que, embora o V-PRO seja uma ferramenta ágil e segura para a prática de escritório, o uso de softwares de elementos finitos com modelos reológicos modernos permite uma otimização econômica significativa, evitando o custo desnecessário de armaduras extras sem comprometer a integridade e a durabilidade da obra de arte especial.

REFERÊNCIAS

A origem do Concreto Protendido no Mundo: Evolução e Adoção Global da Tecnologia – Brasil Protensão. Disponível em: < <https://brasilprotensao.com.br/a-origem-do-concreto-protendido-no-mundo-evolucao-e-adocao-global-da-tecnologia/> >. Acesso em: 24 jun. 2025.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2014 – **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7187:2022 – **Projeto de pontes de concreto protendido**. Rio de Janeiro, 2022.

TQS INFORMÁTICA LTDA. **Manual técnico VPRO – Projeto de vigas protendidas**. São Paulo, 2023. Disponível em: <https://www.tqs.com.br/apps/v-pro/89o2q2ejRf>. Acesso em: 26 jun. 2025.

COMPUTERS AND STRUCTURES INC. SAP2000 – **Integrated Structural Analysis and Design Software: Technical Manual**. Berkeley, CA: CSI, 2022. Disponível em: <https://www.csiamerica.com/products/sap2000> . Acesso em: 26 jun. 2025.

MESO INFRA ENCONTROS. **Notas de aula da disciplina Pontes: mesoestrutura e infraestrutura**. [S.l.], [s.d.]. Disponível em: <https://googlegroups.com/group/umcivil/attach/25ea325290d672a8/Meso%20Infra%20Encontros.pdf?part=0.1>. Acesso em: 1 jul. 2025.

GOMES JUNIOR, H. A. **Vigas Protendidas - Estudo da Norma e Modelagem com Auxílio de Programa de Análise Comercial**. Projeto de Graduação (Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

PROTENFOR PROTENSÃO E FORMAS. **Protensão Aderente**. Protenfor, [s.d.]. Disponível em: <https://www.protenfor.com.br/Produtos-Servi%C3%A7os/Protens%C3%A3o-Aderente/39>. Acesso em: 29 jul. 2025.

IMPACTO PROTENSÃO. **Protensão Não Aderente**. Impacto Protensão, [s.d.]. Disponível em: <https://impactoprotensao.com.br/home/protensao-nao-aderente/>. Acesso em: 29 jul. 2025.

Livros.

CAVALCANTE, Gustavo Henrique Ferreira. **Pontes em concreto armado: análise e dimensionamento**. São Paulo: Blucher, 2019.

PFEIL, Walter. **Pontes em concreto armado**. Rio de Janeiro: LTC, 1979.

BASTOS, P. S. **Fundamentos do Concreto Protendido**. Bauru, SP: Universidade Estadual Paulista – UNESP, Departamento de Engenharia Civil, 2021.

HANAI, J. B. de. **Fundamentos do Concreto Protendido**. E-Book. São Carlos, SP: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.

VERÍSSIMO, G. de S.; CÉSAR JR, K. M. L. **Concreto Protendido: Fundamentos Básicos**. 4. ed. Viçosa, MG: Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, 1998.

CARVALHO, R. C. **Estruturas em concreto protendido: pré-tração, pós-tensão, cálculo e detalhamento**. 2. ed. São Paulo: Pini, 2017.

CHOLFE, L.; BONILHA, L. **Concreto Protendido: Teoria e Prática**. 2. ed. São Paulo: Pini, 2015.

Vídeos.

TQS INFORMÁTICA. **VPRO calculadora de vigas protendidas com pré ou pós-tração, aderente ou não aderente**. YouTube, 29 fev. 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=biD-q2lTqS0>. Acesso em: 18 nov. 2025.

COMPUTERS AND STRUCTURES, INC. **CSiBridge - 05 Design of Prestressed Concrete Box Girders: Watch & Learn**. YouTube, 15 out. 2010. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=uJN5i8I7gqk>. Acesso em: 18 nov. 2025.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTRUTURAS PROTENDIDAS (INAEP). **Mini Curso: Modelagem De Pontes Protendidas Com O CSI Bridge**. YouTube, 7 dez. 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=2rStin2B-wI>. Acesso em: 18 nov. 2025.

ANEXO
DECLARAÇÃO

Declaro para os devidos fins que este Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia/Tese/Dissertação), escrito sob minha orientação, está em versão final, de acordo com as solicitações realizadas pela banca examinadora.

Informo também que procedi à revisão final do texto, constatando que atende às especificações das normas da ABNT para apresentação de trabalhos acadêmicos da UFCA, no que diz respeito ao conteúdo e à formatação.

Data e local da assinatura eletrônica



Documento assinado digitalmente

ERWIN ULISES LOPEZ PALECHOR

Data: 01/05/2026 08:07:37-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>